

セントラルサーバ待ち行列におけるルーティング規則の一考察

01600230 電気通信大学システム工学科 松井 正之 Matsui Masayuki

電気通信大学システム工学科 *川崎 栄一 Kawasaki Eiichi

1. はじめに

セントラルサーバ(CS)待ち行列問題は、通信ネットワーク、フレキシブル生産システム、ジョブショップなどで重要である。主要な問題は、セントラルサーバが行うルート付けのルーティング規則であり、選択、固定、動的、OEルーティングなどが知られている[1][2]。

しかしながら、ルーティング規則に関する体系的な研究はみられないようである。本研究では、各種ルーティング規則を稼働率、待ち時間、スループット、コスト、利益などで比較して、最適ルーティング規則の性質を追求する予定である。

今回は、簡単のために損失系待ち行列のM/M/2(2)型をルーティング規則の基本として、セントラルサーバモデルについて考察する。この場合、この基本におけるルーティング規則を選択ルーティングと呼ぶことにする。

2. セントラルサーバモデル

2.1 仮定と記号

待ち行列モデルは、簡単のために、損失系のセントラルサーバのもとに、ステーション数は2とする。モデルの解析的な仮定は、以下のようである。

- (1) システムは定常状態である。
- (2) ステーションは互いに独立な指数サービスとする。
- (3) ジョブの移動時間はゼロとする。

また、記号の説明は、以下の通りである。

λ : 到着率

μ_i : ステーション i のサービス率

ρ_i : ステーション i の利用率

$m_i = 1 / \rho_i = \mu_i / \lambda$

V_i : ステーション i の稼働率

q : ステーション 1 のルート付け確率

2.2 ルーティング規則

ここでは、選択ルーティング(図1)、固定ルーティング(図2)[3]およびOEルーティング(図3)[4]を考える。ここで、OEルーティングとは、オーダードエントリー型の場合を指す。

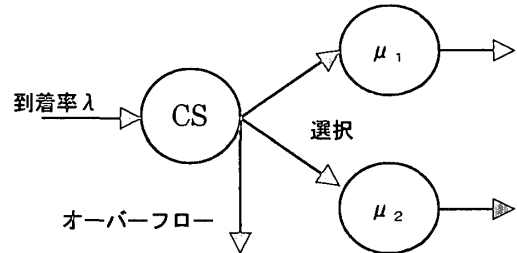


図1. 選択ルーティングの場合

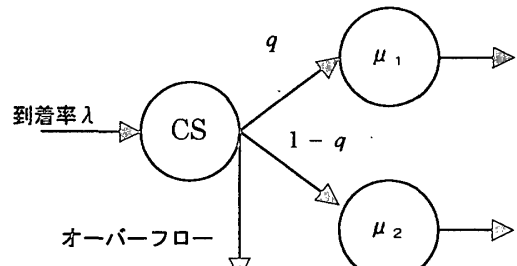


図2. 固定ルーティングの場合

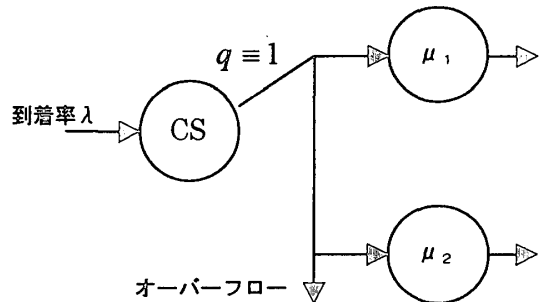


図3. OEルーティングの場合

3. 性能評価

3.1 オーバーフロー確率 B

待ち時間解析により、各ルーティングのオーバーフロー確率(呼損率) B は、以下のよう
に与えられる。

選択ルーティングの場合 :

$$B = \frac{1 - m_1 m_2}{m_1^2 m_2 + m_1 m_2^2 + 3m_1 m_2 + m_1 + m_2} \quad (1)$$

固定ルーティングの場合 :

$$B = \frac{q(1-q)}{(q+m_1)(1-q+m_2)} \quad (2)$$

OEルーティングの場合 :

$$B = \frac{1+m_2}{(1+m_1)\{(1+m_2)^2+m_1m_2\}} \quad (3)$$

3. 2 スループット TH

各モデルのスループット(生産率) TH は、2つのステーションのスループットの和である。一般に、

$$TH = \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 \quad (4)$$

で与えられ、それぞれの TH は以下のようになる。

選択ルーチングの場合：

$$TH = \frac{\mu_1(1+m_2) + \mu_2(1+m_1)}{m_1^2 m_2 + m_1 m_2^2 + 3m_1 m_2 + m_1 + m_2} \quad (5)$$

固定ルーチングの場合：

$$TH = \frac{q(1-q)(\mu_1 + \mu_2) + \mu_2 m_1}{(q+m_1)(1-q+m_2)} \quad (6)$$

OEルーチングの場合：

$$TH = \frac{\mu_1 \{m_1 m_2 + (1+m_2)^2\} + \mu_2 (1+m_1 + m_2)}{(1+m_1)\{(1+m_2)^2 + m_1 m_2\}} \quad (7)$$

4. 数値比較

4. 1 オーバーフロー比較

数値比較として、以下では、 $\lambda = 1.0$ 、 $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ 、 $q = 0.5$ の場合を考える。

まず、オーバーフロー確率によるルーチング比較は、図4に示されている。図4から、固定、OE、選択ルーチングの順に優れていることがわかる。

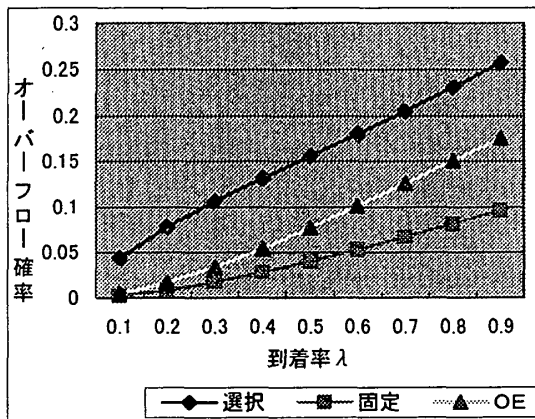


図4. オーバーフロー比較

4. 2 スループット比較

次に、スループットによるルーチング比較は、図5に示されている。図5から、オーバーフロー確率の場合と異なって、選択、固定、OEルーチングの順に優れていることがわかる。

図4、5から、各ルーチングの性能は、評

価基準によって異なることが推測される。特に、OEルーチングは、オーバーフロー確率の点では真中だが、スループットでは最もよい。

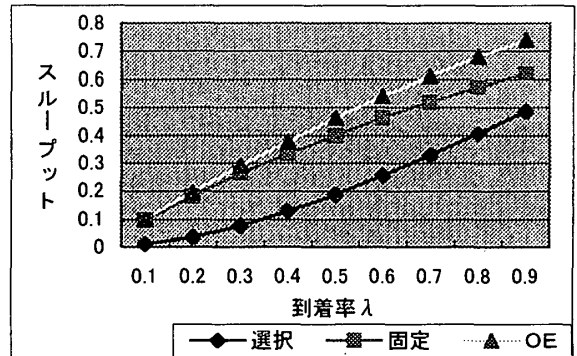


図5. スループット比較

5. まとめと課題

本論文では、セントラルサーバにおけるルーチング規則の比較考察により、各ルーチング規則の特徴や価値に関するいくつかの示唆を与えている。

特に、選択ルーチングは同時稼働率ではよいが、スループットではよくなく、スループットではOEルーチングが優れている[2]。

今後、この結果をもとに、さらに他の評価基準での検討や、最近の文献[1][2][5]などとの関係を明らかにして最適ルーチング規則の性質を明らかにしたい。

また、このセントラルサーバにおけるルーチング問題とAGV的問題の双対的対応は、また関連して興味深い。前者はサーバが静止しているが、後者はサーバが移動する。

参考文献

- [1] Matsui, Uehara and Ma : The Performance Evaluation of Flexible Manufacturing Systems with Finite Local Buffers : Fixed and Dynamic Routings, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, Vol.13, No.4 (in press)
- [2] Ma and Matsui : Performance Evaluation of a Flexible Machining/Assembly System and Routing Comparisons, (投稿中)
- [3] Morse, P. M : *Queues, Inventories and Maintenance*, John Wiley, 1958
- [4] Matsui, M and Fukuta, J : On a Multichannel Queueing System with Ordered Entry and Heterogeneous Servers, *AIIE Transactions*, 9, 2, 209-214 (1977)
- [5] 濱本・小林・片山 : 並列待ち行列における待ち行列選択の比較・評価—残余仕事量によるアプローチ、「情報通信ネットワークの新しい性能評価法に関する総合的研究」シンポジウム報文集、仙台、pp. 221-230 (2000年1月)