小売業における特別展示商品に対する最適発注量
— 上げ底及び鏡の効果 —

02103234 神戸商科大学大学院 * 川勝 英史 KAWAKATSU Hidefumi
01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki
01503164 神戸商科大学商経学部 濱田 年男 HAMADA Toshio

1. はじめに

筆者等は小売業において,「在庫量が多い程良く売れ,少なくなるとあまり売れなくなる」という性質を持つ商品に対して,経済的発注量 [1] 及び,単位時間当り総利益を最大にするPOQ(Profitable Order Quantity)を求めるためのモデルを提案した [2].しかし,小売業の現場では,外見上の商品数を大きくするために鏡や上げ底を用いることが少なくない.鏡や上げ底を用いた場合のPOQを求めるためのモデルについては既に報告したとおりである [3, 4] が,そこでは鏡に映し出された商品や上げ底は実際の商品と同等の効果を持つことを仮定している.本研究では,鏡の設置並びに上げ底の導入を同時に検討し,それぞれの効果係数を考慮した場合について考察する.

2. モデル

本研究では以下の場合を考える.(1) 商品の需要は確定的であるが,在庫量が大きい程良く売れ,少なくなるとあまり売れなくなる.(2) 実際に展示されている商品よりも,外見上の商品数を大きく見せるために鏡や上げ底を用いる.(3) バックルーム在庫は認めず,実在庫量 Q に上げ底の大きさ R を加えた量に対する上限 Q_U を制約として与える.(4) 入庫速度は無限大であり,リードタイムは既知である.なお,需要が確定的であるので,解析上リードタイムを0とみなすことができる.(5) 取扱う商品の数量は大きく連続量としてみなすことができる.(6) 実在庫量が Q_0 にまで減少した時点で $Q-Q_0$ なる量を発注する.従って,最大実在庫量を Q とすることとなり,$0 \leq Q_0 < Q \leq Q_U - R$ である.

但し,時刻 t における累積需要量 $m(t)$ は次式を満足すると仮定する.

$$(d/dt)m(t) = (1+\gamma_1)\lambda\left[Q+\gamma_2 R - m(t)\right] + \mu \quad (1)$$

ここに,$\lambda > 0$ は変動需要量を与える比例定数であり,μ は単位時間当り固定需要量である.また,γ_1 と γ_2 は,それぞれ鏡と上げ底の効果係数であり,$\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 1$ のとき鏡に映っている商品や上げ底は実際の商品と同等の効果を持ち,$\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$ は鏡に映っている商品や上げ底は何の効果も持たないことを意味する.

初期条件を $m(0) = 0$ として,式 (1) の微分方程式を解くと次式を得る.

$$m(t) = \left[Q + \gamma_2 R + \tfrac{\mu}{(1+\gamma_1)\lambda}\right]\left[1 - e^{-(1+\gamma_1)\lambda t}\right] \quad (2)$$

次に,時刻 t における実際の在庫量を $A(t)$,単位在庫の単位時間当り在庫維持管理費用を c_1,1回当り発注費用を c_2,実在庫と同じ大きさに相当する上げ底を単位時間維持する費用を c_3,単位在庫当り粗利益を a とすると,単位時間当り総利益は次式により与えられる.

$$\begin{aligned} P(Q,Q_0,R) &= \frac{am(T) - c_1\int_0^T A(t)dt - c_2 - c_3 RT}{T} \\ &= \frac{\beta(\gamma_1)\cdot(Q-Q_0) - c_2(1+\gamma_1)\lambda}{\ln[Q+\gamma_2 R+\rho(\gamma_1)] - \ln[Q_0+\gamma_2 R+\rho(\gamma_1)]} \\ &\quad + (c_1\gamma_2 - c_3)R + c_1\rho(\gamma_1) \qquad (3) \end{aligned}$$

但し,$\beta(\gamma_1) = a(1+\gamma_1)\lambda - c_1$,$\rho(\gamma_1) = \mu/[(1+\gamma_1)\lambda]$ であり,$c_1 > c_3$,$\beta(\gamma_1) > 0$ を仮定する.

3. 最適最大在庫量

在庫量の上限 Q_U を無視し,Q_0,R を与えたとき $P(Q,Q_0,R)$ を最大にするような Q^* は,$Q^* = +\infty$ となる.

ここで,仮定より在庫量の上限は Q_U ($\ll +\infty$) であることから,Q_U を考慮した際の $P(Q,Q_0,R)$ を最大にする Q は $Q^{**}(Q_U) = Q_U$ となる.よって,以下では,すべての $Q+R$ を Q_U に置き換えて解析を行うこととする.このとき,式 (3) は

$$\begin{aligned} P(Q_0,R) &= c_1\rho(\gamma_1) + \frac{1}{\ln\frac{Q_U-(1-\gamma_2)R+\rho(\gamma_1)}{Q_0+\gamma_2 R+\rho(\gamma_1)}} \\ &\quad \times\Big\{\beta(\gamma_1)\cdot(Q_U - Q_0 - R) - c_2(1+\gamma_1)\lambda \\ &\quad + (c_1\gamma_2 - c_3)R\ln\frac{Q_U-(1-\gamma_2)R+\rho(\gamma_1)}{Q_0+\gamma_2 R+\rho(\gamma_1)}\Big\} \quad (4) \end{aligned}$$

となる．また，式 (4) の右辺第2項分母を $M(R)$，右辺第3項を $N(R)$ とおくこととする．

なお，式 (4) より $P(Q_0,R)$ に関して以下のことが容易にわかる．すなわち，$P(Q_0,R)$ は c_2 及び c_3 に関して単調減少関数であり，a に関して単調増加関数である．さらに $\mu=0$ かつ $a(Q_U-Q_0-R)-c_2>0$ のとき，$P(Q_0,R)$ は γ_1 或いは λ に関する単調増加関数である．

4.　最適発注点

ここでは R を与えた場合の，$P(Q_0,R)$ を最大にする $Q_0=Q_0^*$ についての解析結果を以下にまとめる．ここで，$L(R)=[\gamma_2 R+\rho(\gamma_1)]\ln\frac{Q_U-(1-\gamma_2)R+\rho(\gamma_1)}{\gamma_2 R+\rho(\gamma_1)}$ $-(Q_U-R)$ とする．

(1) $L(R)<-\frac{c_2\lambda(1+\gamma_1)}{\beta(\gamma_1)}$．このとき，$P(Q_0,R)$ を最大にするような $0<Q_0^*<Q_U-R$ が唯一存在する．このときの解を $S_1(R)$ と書くこととする．

(2) $L(R)\geq-\frac{c_2\lambda(1+\gamma_1)}{\beta(\gamma_1)}$．このとき，$Q_0^*=0$ である．

5.　最適な上げ底の大きさ

ここでは，Q_0 を与えたときの $P(Q_0,R)$ を最大にする $R=R^*$ に関する解析結果をまとめる．

はじめに，$\gamma_2=0$ のとき，$R^*=0$ である．

次に，$\gamma_2=1$ の場合については，$D(R)=\frac{N'(R)}{M'(R)}M(R)$ $-N(R)$，$\varphi(R)=\beta(\gamma_1)+(c_1-c_3)\left[2-\ln\frac{Q_U+\rho(\gamma_1)}{Q_0+R+\rho(\gamma_1)}\right]$ とし，これらの記号を用いて解析結果を示す．なお，$\varphi(R)=0$ として R について解いたものを $R=R_0$ とおく．

(1) $D(0)<0$ のとき．

このとき，$P(Q_0,R)$ を最大にするような $0<R^*<Q_U-Q_0$ が唯一存在する．このときの解を $S_2(Q_0)$ と書くこととする．

(2) $D(0)\geq 0$ かつ $\varphi(0)\geq 0$ のとき，または，$D(0)\geq 0$ かつ $\varphi(0)<0$ かつ $D(R_0)\geq 0$ のとき．

このとき，$R^*=0$ である．

(3) $D(0)\geq 0$ かつ $\varphi(0)<0$ かつ $D(R_0)<0$ のとき．

このとき，$0\leq R<Q_U-Q_0$ に対して $D(R)=0$ となるような解が2つ存在する．これらの解を R_1，R_2（$R_1<R_2$）とすると，最適解は

$$R^*=\begin{cases}0, & P(Q_0,0)\geq P(Q_0,R_2)\\ R_2, & P(Q_0,0)<P(Q_0,R_2)\end{cases}\qquad(5)$$

となる．この解を $S_2(Q_0)$ と書くこととする．

6.　最適政策

ここでは，4.，5. の解析結果をまとめ，最適政策を示す．

最初に，$\gamma_2=0$ の場合について考える．このとき，最適政策 (Q_0^{**},R_0^{**}) は

$$(Q_0^{**},R^{**})=\begin{cases}(S_1(0),0), & L(R)<-\frac{c_2\lambda(1+\gamma_1)}{\beta(\gamma_1)}\\ (0,0), & L(R)\geq-\frac{c_2\lambda(1+\gamma_1)}{\beta(\gamma_1)}\end{cases}\qquad(6)$$

となる．

次に，$\gamma_2=1$ の場合について考える．

まず，$L(R)<-\frac{c_2\lambda(1+\gamma_1)}{\beta(\gamma_1)}$ のとき，最適政策 $(Q_0^{**}$, $R_0^{**})$ は $(S_1(R),S_2(Q_0))$ となる．

一方，$L(R)\geq-\frac{c_2\lambda(1+\gamma_1)}{\beta(\gamma_1)}$ のときの最適政策は以下のように求められる．

(1) $D(0)<0$，または，$D(0)\geq 0$ かつ $\varphi(0)<0$ かつ $D(R_0)<0$ のとき $R^*=S_2(0)$ である．従って，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,S_2(0))$ となる．

(2) $D(0)\geq 0$ かつ $\varphi(0)\geq 0$，または $D(0)\geq 0$ かつ $\varphi(0)<0$ かつ $D(R_0)\geq 0$ のとき，$R^*=0$ であるので，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,0)$ である．

なお，$0<\gamma_2<1$ の場合については，数値例により目的関数の性質を分析するが，紙数の都合上，この分析を含む数値例は当日発表させて頂く．

参考文献

[1] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する経済的発注量，日本OR学会秋季研究発表会アブストラクト集，(1998)，68-69.

[2] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する最適発注量：単位時間当り総利益の最大化，日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集，(1999)，228-229.

[3] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する最適発注量：鏡の効果，日本OR学会秋季研究発表会アブストラクト集，(1999)，30-31.

[4] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する最適発注量：あげぞこの効果，日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集，(2000)，224-225.