

内部利回りをを用いた投資利回りの計算方法

02602340 慶應義塾大学 *水町忠弘 MIZUMACHI Tadahiro
慶應義塾大学 中村善太郎 NAKAMURA Zentaro

1. はじめに

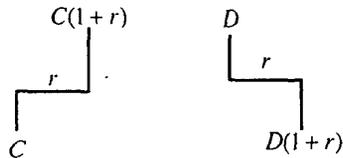
投資プロジェクトは、資本の利率のもとでの正味終価が正であれば有利、負であれば不利と判断される。利回り法では、投資プロジェクトの内部利回り (IRR) r と資本コスト i を比較し、 $r > i$ ならば有利、 $r < i$ ならば不利と判断する。しかし、複数の内部利回りを持つ投資プロジェクトに対しては利回り法の判断が適用できない。D. Teichrow, A. A. Robichek, M. Montalbano (TRM) はこの問題に対して、資本コストの値に依存して決まる投資利回り (Project Investment Rate) を用いた判断方法を示している [1],[2]。投資利回りが資本コストより大きければ有利、小さければ不利とするものである。

投資利回りは2種類の利率により定義される終価関数を解析することで求まるが、関数形を決める場合分けが複雑になり、2期間までの投資プロジェクトの議論にとどまっている [2],[3],[4]。数値計算によるものではニュートン法を用いたアルゴリズムが示されている [5]。

本研究では、投資プロジェクトを単純な1期間のプロジェクトの系列和に分解した観点から、利回り法の判断について考察し、内部利回りをを用いて投資利回りを求める方法を示す。

2. 単期プロジェクトの有利さの判断

利回り r の最も単純なプロジェクトとして、投資 C と1期後の報収 $C(1+r)$ からなる単期投資プロジェクト、調達 D と1期後の返済 $D(1+r)$ からなる単期調達プロジェクトを考える。

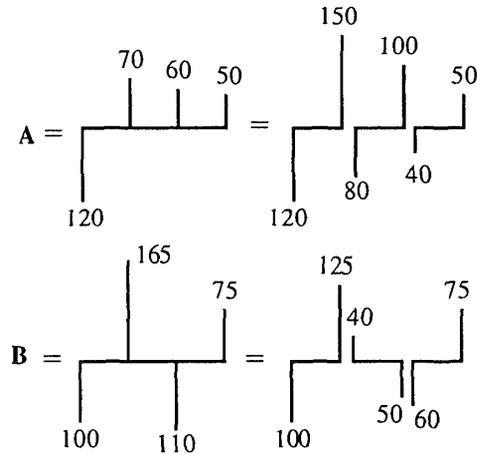


資本コスト i が与えられたもとで、単期投資プロジェクトは $r > i$ ならば有利で $r < i$ ならば不利、単期調達プロジェクトは $r < i$ ならば有利で $r > i$ ならば不利であり、有利さの判断基準は逆になる。

3. 投資プロジェクトの分解による有利さの判断

内部利回り r を持つ投資プロジェクトは、利回り r の単期プロジェクトの系列に分解できる。内部利

回り 25% を持つ2つの投資プロジェクト $A = [-120, 70, 60, 50]$, $B = [-100, 165, -110, 75]$ は、それぞれ図のように利回り 25% の単期プロジェクト系列に分解される。

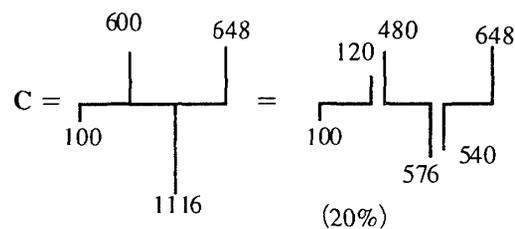


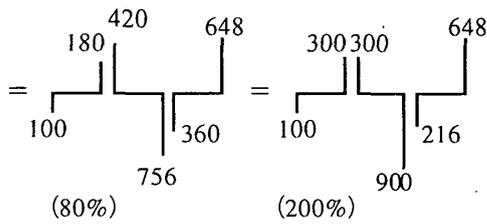
A の系列はすべて単期投資プロジェクトで構成されており (純投資系列と呼ぶ) , $r > i$ において系列内の単期プロジェクトはすべてが有利、 $r < i$ においてはすべてが不利となる。したがって、投資プロジェクト A に対して「 $r > i$ ならば有利、 $r < i$ ならば不利」という利回り法の判断が成り立つ。

B は単期投資プロジェクトと単期調達プロジェクトの両方から構成されており (混合投資系列) , $r > i$ において単期プロジェクトは順に有利、不利、有利となり、 $r < i$ においては順に不利、有利、不利となる。いずれの場合も有利と不利が混在し、全体の有利さの判断はできない。

純投資系列に分解される投資プロジェクトは内部利回りを1つだけ持ち、複数の内部利回りを持つ投資プロジェクトは混合投資系列に分解される。

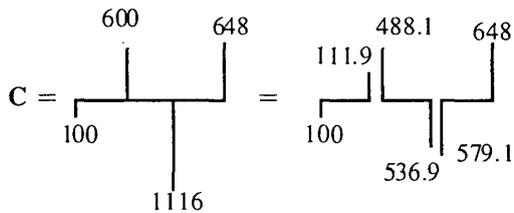
$C = [-100, 600, -1116, 648]$ は 20% , 80% , 200% と内部利回りを3つ持ち、それぞれの利回りのもとで次のように分解される。





4. 投資利回りと資本コストを用いた分解

資本コストが10%と与えられたもとの、 C を次のように、単期調達プロジェクトの利回りを資本コストと同じ10%にして分解することができる。ここで単期投資プロジェクトの利回りは11.9%となっている。

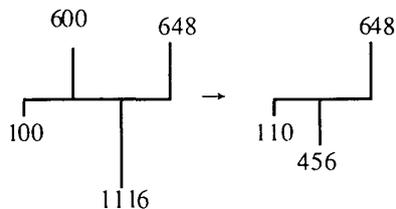


資本コスト10%のもとで、系列の単期プロジェクトは順に有利、中立（正味利益ゼロで有利不利なし）、有利となり、全体で有利であることがわかる。

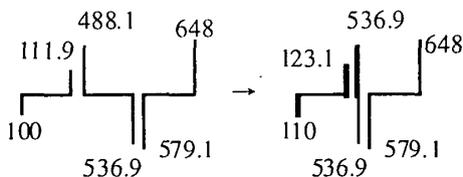
ここで用いた単期投資プロジェクトの利回り11.9%が、与えられた資本コスト10%のもとの投資利回り（PIR）に相当する。

5. 内部利回りをを用いた投資利回りの計算方法

$C = [-100, 600, -1116, 648]$ のキャッシュフローについて次のような変換を行う。最初の2時点すなわち $[-100, 600]$ の部分を1.1倍（1+資本コストの10%）し、1時点後ろにずらしてキャッシュフロー $C' = [-110, -456, 648]$ を得る。この C' は内部利回りを1つだけ持ち、その値11.9%が求める C の投資利回りとなる。



この変換を単期プロジェクト系列の観点から見ると次のようになる。



最初の単期投資プロジェクト $[-100, 111.9]$ は、その利回りが変わらずに大きさが1.1倍され $[-110, 123.1]$ となる。単期調達プロジェクト $[488.1, -536.9]$ は、調達が1.1倍され返済の時点に重なることで相殺される。最後の単期投資プロジェクトは変化しない。すなわち、すべての単期投資プロジェクトの利回りを変えることなく、純投資系列に変換している。

6. キャッシュフローの変換手順

投資プロジェクト $A = [a_0, a_1, \dots, a_n]$ が内部利回りを1つだけ持ち純投資系列に分解される必要十分条件は $\max_{1 \leq i \leq n} r_i = r_n$ である。ただしここで r_i は A の第 i 期までのキャッシュフロー $[a_0, a_1, \dots, a_i]$ の内部利回りを表す。

$\max_{1 \leq i \leq n} r_i = r_m$, $m < n$ となる場合には、時点 m までのキャッシュフローを $(1+i)$ 倍して1時点後ろにずらす変換を行う。変換を繰り返し、純投資系列に分解されるキャッシュフローが得られたとき、その内部利回りが求める投資利回りである。

7. おわりに

本研究では、資本コストが与えられたもとの内部利回りをを用いて投資利回りを求める手順を示した。また、単期プロジェクト系列への分解の観点から、内部利回りと資本コストを比較するという利回り法の判断を再投資を含む一般的な投資プロジェクトに適用する考え方を示した。

参考文献

- [1] D. Teichrow, A. A. Robichek, M. Montalbano: Mathematical analysis of rates of return under certainty. *Management Science*, Vol. 11, No. 3 (1965) 395-403.
- [2] D. Teichrow, A. A. Robichek, M. Montalbano: An analysis of criteria for investment and financing decisions under certainty. *Management Science*, Vol. 12, No. 3 (1965) 151-179.
- [3] J. C. T. Mao: *Quantitative Analysis of Financial Decisions* (Macmillan, 1969).
- [4] C. S. Park, G. P. Sharp-bette: *Advanced Engineering Economics* (Wiley, 1990).
- [5] T. L. Ward: Computer rate of return analysis of mixed capital projects. *The Engineering Economist*, Vol. 39, No. 2 (1994) 165-176.