2001年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

2重化システムの連続比較点検方策

愛知工業大学 *水谷聡志 MIZUTANI Satoshi
01400043 愛知工業大学 中川覃夫 NAKAGAWA Toshio
01012123 三菱重工業株式会社 伊藤弘道 ITO Kodo

1 はじめに

信頼性向上のため、同一の2重系から構成され、最初に出力を実行している系が故障したならば、他方の系に出力を切り替える冗長システムを考える。2重系のとき、全ての演算毎に比較診断を実施し、1重系のとき、定期的に自己診断する点検モデルを考える。また2つの系が同期を取る為に、唯一つのクロック装置により制御される場合を考え、これが故障するモデルについても考える。この様なモデルに対して、信頼性理論の点検方策 [3] を応用し、故障検出までの期待時間と費用を導出し、それを最小にする最適な点検時間を議論する。

2 演算毎に比較演算を行うモデル

2.1 モデルと期待費用

最初にシステムは2重系で構成され、全ての演算結果に対して比較診断を行う。その後、システムは矛盾した比較演算結果を検知した時点で故障した系を自己診断により摘出し、これを切り離す。その後、1重系システムとして動作し、定期的に故障検出のため自己診断を繰り返す。一般に自己診断は比較演算を実行するよりも性能劣化は大きいとする。

このようなモデルに対して以下のような設定をする。

1. 比較演算と診断は連続的に実行する。さらに、1重系のとき、自己診断間隔は一定時間間隔 T で実行する。
2. 比較診断による単位時間あたりの制御性能の劣化による損失を c_e とし、1重系のとき、自己診断による性能劣化の損失を c_i とする。
3. 比較診断によって必ず故障を検出し、故障診断によって故障系を発見し、これを切り離す。ただし、この故障診断と故障系の切り離しに要する時間および性能劣化は無視する。
4. 各系の時刻 t での信頼度関数は、有限な平均 $1/\lambda$ をもつ同一の一般分布 $\bar{F}(t)$ に従い、$F(t) \equiv 1-\bar{F}(t)$ とおく。
5. 各系が一つになった後、故障発生から自己診断による故障発見までの時間にかかる損失は単位時間当り c_d とする $(c_d > c_e)$。
6. 全ての2重系が故障したとき、取替費用は比較演算または自己診断と直接関係なく、c_r $(c_r < \frac{1}{\lambda}c_d)$ とする。

1サイクルを2重系の両方が故障し、これを検出するまでの時間と仮定する。両方の系が故障する前の取替や、修理は考慮しない。最初に、時刻 t_1 で一つ目の系が故障し、その後1重系となった後、時刻 t_1 $(t_1 > t_1)$ で二つ目の系が故障するとする。

単位時間当りの期待費用を $C_1(T)$ とすると次式で与えられる。

$$C_1(T)=\frac{\left[\begin{array}{c}2\int_0^\infty\big[(c_i+c_dT)\sum_{n=0}^\infty\bar{F}(nT+t_1)\\ -c_d\int_{t_1}^\infty\bar{F}(t_1)dt_1+c_et_1\bar{F}(t_1)\big]dF(t_1)+c_r\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{c}2T\int_0^\infty\sum_{n=0}^\infty\bar{F}(nT+t_1)dF(t_1)\\ +\int_0^\infty\bar{F}(t_1)^2dt_1\end{array}\right]}. \tag{1}$$

2.2 最適方策

各系の信頼度関数は同一の指数分布 $\bar{F}(t)=e^{-\lambda t}$ に従うとする。このとき、単位時間当りの期待費用 $C_1(T)$ は、(1) 式より、

$$C_1(T)=c_d+\frac{2\lambda c_i-(3c_d-2\lambda c_r-c_e)(1-e^{-\lambda T})}{2\lambda T+1-e^{-\lambda T}}. \tag{2}$$

期待費用 $C_1(T)$ を最小にする最適な自己診断間隔 T_1^* を求めるため、$C_1(T)$ を T で微分して0とおくと次式を得る。

$$(3c_d-2\lambda c_r-c_e)\frac{1-(1+\lambda T)e^{-\lambda T}}{\lambda} +c_i(1-e^{-\lambda T})=3c_i. \tag{3}$$

(3) 式の左辺を $Q_1(T)$ おくと、

$$Q_1(0) \equiv \lim_{t\to 0} Q(T) = 0, \tag{4}$$

$$Q_1(\infty) \equiv \lim_{t\to\infty} Q(T) = \frac{3c_d - 2\lambda c_r - c_e}{\lambda} + c_i, \tag{5}$$

$$Q_1'(T) = \lambda e^{-\lambda T}\left[(3c_d - 2\lambda c_r - c_e)T + c_i\right]. \tag{6}$$

仮定より、$\frac{1}{\lambda}c_d > c_r$、$c_d > c_e$ であるから、$Q_1'(T) > 0$ である。したがって、$Q_1(T)$ は 0 から $Q_1(\infty)$ までの単調増加関数である。

以上から、次の最適方策をえる。

(i) もし、$(3c_d - 2\lambda c_r - c_e) > 2\lambda c_i$ ならば、(3) 式を満たす有限で唯一の $T_1^*(0 < T_1^* < \infty)$ が存在する。

(ii) もし、$2\lambda c_i \geq (3c_d - 2\lambda c_r - c_e)$ ならば、$T^* = \infty$ であり、$C_1(T^*) = c_d$ であり、自己診断をすべきではない。

3 クロック装置の故障を考慮したモデル

3.1 モデルと期待費用

2重系として動作しているとき、全ての演算毎に比較演算を行うモデルに対して、唯一つのクロック装置により同期がとられ、このクロック装置が故障するモデルを考える。前節のモデルに加えて、クロック装置が時刻 t_c で故障し、クロック装置の信頼度関数を、有限な平均 $1/\gamma$ をもつ一般分布 $\bar{F}_c(t_c)$ とする。また、クロック装置が、他の2つの系の故障の検出よりも早く故障した場合、その時点で1サイクルの終了とし、取替費用と別に c_c がかかるものとする。

このようなモデルに対して、単位時間当りの期待費用を導出し、それを最小にする比較または自己診断の最適な間隔時間を求める。

このとき、単位時間当りの期待費用 $C_2(T)$ は、

$$C_2(T) = \Bigg[2\int_0^\infty \Big\{\sum_{n=0}^{\infty}\int_{nT+t_1}^{(n+1)T+t_1}\Big[c_c F_c((n+1)T+t_1) + c_i\sum_{m=1}^{n+1}\bar{F}_c(mT+t_1) + c_d\int_{t_2}^{(n+1)T+t_1}\bar{F}_c(t_c)dt_c\Big]dF(t_2) + c_e\bar{F}(t_1)\int_0^{t_1}\bar{F}_c(t_c)dt_c\Big\}dF(t_1) + c_r\Bigg] \Bigg/ \Bigg[2\int_0^\infty\Big\{\bar{F}(t_1)\int_0^{t_1}\bar{F}(t_c)dt_c + \sum_{n=0}^{\infty}\big[\bar{F}(nT+t_1) - \bar{F}((n+1)T+t_1)\big]\int_{t_1}^{(n+1)T+t_1}\bar{F}_c(t_c)dt_c\Big\}dF(t_1)\Bigg]. \tag{7}$$

3.2 最適方策

各系の信頼度関数は指数分布 $\bar{F}(t) = e^{-\lambda t}$ に従うとする。またクロック装置の信頼度関数は指数分布 $\bar{F}c(t) = e^{-\gamma t}$ に従うとする。

単位時間当りの期待費用 $C_2(T)$ は次式で与えられる。

$$C_2(T) = \frac{\left[\begin{array}{c}[2\lambda^2 c_d/(\lambda+\gamma) + c_e\gamma + c_r\gamma(2\lambda+\gamma)] \\ \times(1 - e^{-(\lambda+\gamma)T}) \\ +2\lambda e^{-\gamma t}\left[\gamma c_i - c_d(1 - e^{-\lambda t})\right]\end{array}\right]}{2\lambda(1 - e^{-\gamma T}) + \gamma(1 - e^{-(\lambda+\gamma)t})} + \gamma c_c. \tag{8}$$

$C_2(T)$ を最小にする最適な T_2^* を求めるため (8) 式を T で微分して 0 と置くと次式を得る。

$$\frac{\left[\begin{array}{c}\lambda\gamma c_i(1-e^{-(\lambda+\gamma)T}) + c_e(\lambda+\gamma)e^{-\lambda T}(1-e^{-\gamma T}) \\ +(2\lambda+\gamma)[\lambda e^{-\lambda T}(1-e^{-\gamma T}) - \gamma(1-e^{-\lambda T})]c_r\end{array}\right]}{3\lambda+\gamma} + \left[\frac{\gamma}{\lambda+\gamma}(1-e^{-\lambda T}) - \frac{\lambda}{\lambda+\gamma}e^{-\lambda T}(1-e^{-\gamma T})\right]c_d = \gamma c_i. \tag{9}$$

上式の左辺を $Q_2(T)$ とすると、

$$Q_2(0) = 0, \tag{10}$$

$$Q_2(\infty) = \gamma\left[\frac{3\lambda+\gamma}{\lambda+\gamma}c_d + \lambda c_i - (2\lambda+\gamma)c_r\right], \tag{11}$$

を得る。

よって、$(3\lambda+\gamma)/(\lambda+\gamma)c_d - (2\lambda+\gamma)(c_i + c_r) > 0$ ならば最適な $T_2^*(0 < T_2^* < \infty)$ が存在する。

4 まとめ

ここでは信頼性向上のため、2重化されているシステムに対し、2重系として動作しているときは比較診断を実行し、1重系となった後では、自己診断を実行する点検方策を考え、解析を行った。期待費用を最小にする最適な点検間隔を議論した。なお、数値計算は当日の発表とします。

参考文献

[1] K. Ito, T. Nakagawa, "Optimal Self-Diagnosis Policy for Dual Redundant FADEC of Gas Turbine Engines," Proceedings of ASSM2000, March 29-30,pp.83-87,2000.

[2] 南谷崇,"フォールトトレランスコンピュータ,"オーム社,1991.

[3] 三根久, 河合一,"信頼性・保全性の数理,"朝倉書店,1982.