偽目標物とノイズの虚探知がある2段階探索の最適精査時間:その2 精査の過誤がある場合

02602240 防衛大学校 *松崎 徹 MATSUZAKI Toru
01000890 防衛大学校 飯田 耕司 IIDA Koji
01504810 防衛大学校 宝崎 隆祐 HOHZAKI Ryusuke

1 はじめに

1つの目標物に対する探索において，探索システムや環境のノイズ，又は偽目標物の虚探知の可能性がある場合は，目標探知情報（コンタクトという）を得ても真目標物の探知とは断言できず，コンタクトの真偽を確認する精査が必要である．このとき探索はコンタクト獲得の広域探索と，コンタクトの真偽を確認する精査の2段階探索となる．ここでノイズによる虚コンタクトには信号の再現性がなく，有限時間で精査が終わる保証はないので，精査を打切る必要がある．また精査には2種類の過誤（真目標物を偽目標物と誤認，又は偽目標物を真目標物と誤認）の可能性がある．本研究ではノイズと偽目標物の虚探知のある広域探索と，過誤のある精査からなる一定時間の2段階探索を考え，目標探知確率を最大にする最適精査打ち切り時間を求める．また探索が途中で停止される可能性を考慮する．従来，精査の過誤のないノイズ型虚探知のみを考えた2段階探索問題の研究 [1, 2, 3] はあるが，本研究はこれを (1) ノイズと偽目標物の虚探知 (広域探索の過誤) の混在，(2) 精査の過誤，(3) 探索の停止，を考慮したモデルに拡張したものである．

2 モデルの前提

モデルの前提は以下のとおりである．

(1) 探索地域に潜伏する1つの目標物に対し，探索者は総探索時間 T の探索を実施する．探索残り時間が t のときを時点 t という．

(2) 探索は広域探索で始められ，広域探索におけるコンタクトの生起はパラメータ λ のポアソン分布に従う.(ランダム探索)

(3) 探索者は，広域探索においてコンタクトを得たならば直ちにその精査を行う．なお精査中は新たなコンタクトは生起しないものとする．

(4) コンタクトは探知信号の特徴により m 個のクラスに分類される．コンタクトがクラス i である確率は $p_{Ci}, \sum_{i=1}^{m} p_{Ci}=1$ で与えられ，探索者に既知とする．

(5) クラス i のコンタクトが真，偽目標物又はノイズである確率は p_{Ti}, p_{Fi}, p_{Ni} で与えられ，探索者に既知とする．ただし，$p_{Ti}+p_{Fi}+p_{Ni}=1$ である．

(6) クラス i のコンタクトを精査するために要する時間は指数分布に従い，その密度関数を真目標物では $h_{Ti}(\tau)$，偽目標物では $h_{Fi}(\tau)$ とし，分布関数を $H_{Ti}(\tau)$, $H_{Fi}(\tau)$ とする．ただし，ノイズのコンタクトは精査により目標判別の情報は得られないとする．

(7) 時点 t に得られたクラス i のコンタクトに対し，$\tau_i(t)$ 時間精査しても虚実が判明しない場合は，精査を打ち切り広域探索に復帰する． $\tau_i(t)$ までの真目標物，偽目標物の精査終了確率はそれぞれ次式で与えられる．

$$H_{Ti}(\tau_i(t)) = \int_0^{\tau_i(t)} h_{Ti}(u)du = 1-e^{-\alpha_{Ti}\tau_i(t)},$$

$$H_{Fi}(\tau_i(t)) = \int_0^{\tau_i(t)} h_{Fi}(u)du = 1-e^{-\alpha_{Fi}\tau_i(t)}.$$

α_{Ti}, α_{Fi} はそれぞれクラス i の真目標物，偽目標物に対する単位時間当りの精査率である．

(8) 精査で真目標物を虚探知と誤認する確率を a_T とする．また偽目標物を真目標物と誤認する確率を a_F とし，このとき探索者にペナルティー時間 t_L が課せられる．

(9) 探索は外的要因により停止される可能性がある．単位時間当りの探索停止率を γ とする．

(10) 時点 t でクラス i のコンタクトが得られ，以後，最適に行動するときの条件付き目標探知確率を $G_i(t,\tau_i^*(t))$，時点 t で未コンタクトであり以後最適に行動するときの目標探知確率を $P(t)$ とする．

(11) 探索期間中の目標探知確率 $P(T)$ を最大にする最適な精査停止時間 $\{\tau_i^*(t),\ i=1,\cdots,m,\ 0 \le t \le T\}$ を求める．

3 定式化

時間 $[t+\Delta t, t]$ 間の事象を考えれば次式が成り立つ．

$$P(t+\Delta t) = (1-(\lambda+\gamma)\,\Delta t)P(t) + \lambda\Delta t(1-\gamma\Delta t)G_i(t,\tau_i^*(t)).$$

上式より目標探知確率 $P(t)$ の微分方程式が得られる．

$$\frac{dP(t)}{dt} = \lambda\left\{G_i(t,\tau_i^*(t)) - \frac{\lambda+\gamma}{\lambda}P(t)\right\}.$$

初期値は $P(0)=0$ である．なお条件付目標探知確率 $G_i(t,\tau_i(t))$ は次式で表される．$\tau_i(t)$ を τ_i と略記する．

$$
\begin{aligned}
&G_i(t,\tau_i)\\
&= \quad p_{Ti}\int_0^{\tau_i} h_{Ti}(u)e^{-\gamma u}\left\{(1-a_T)+a_T P(t-u)\right\}du\\
&+ p_{Fi}\int_0^{\tau_i} h_F(u)e^{-\gamma u}\left\{(1-a_F)P(t-u)+a_F P(t-t_L-u)\right\}du\\
&+ e^{-\gamma\tau_i}\left\{1-p_{Ti}H_{Ti}(\tau_i)-p_{Fi}H_{Fi}(\tau_i)\right\}P(t-\tau_i).
\end{aligned}
$$

4 最適条件

クラス i のコンタクトについて考える．条件付探知確率 $G_i(t,\tau_i(t))$ が $0<\tau_i(t)<t$ 内の時点 $\tau_i^0(t)$ で極大値をもつ場合，次式が成り立つ．

$$G_i(t,\tau_i^*(t)) = \max\left\{G_i(t,\tau_i^0(t)),\ G_i(t,t)\right\}.$$

すなわち $\tau_i^*(t) = \tau_i^0(t)$, 又は t であり，極大値をもたない場合は $\tau_i^*(t) = 0$, 又は t である．また $t_i^1 = \min\left\{t|\exists\tau_i^0(t) \text{ かつ } G_i(t,\tau_i^0(t)) \geq G_i(t,t)\right\}$ とおけば，次の関係が成立する．

(1) $t < t_i^1$ ならば $\tau_i^*(t) = t$,
(2) $t \geq t_i^1$ かつ $G_i(t,\tau_i^0(t))>P(t)$ ならば $\tau_i^*(t) = \tau_i^0(t)$,
(3) $t \geq t_i^1$ かつ $G_i(t,\tau_i^0(t))\leq P(t)$ ならば $\tau_i^*(t) = 0$.

次に $G_i(t,\tau_i(t))$ を精査時間 $\tau_i(t)$ で微分して，$G_i(t,\tau_i(t))$ の極大値を与える精査時間 $\tau_i^0(t)$ を求める．$\partial G_i(t,\tau_i^0(t))/\partial\tau_i^0(t) = 0$ より，$\tau_i^0(t)$ の必要条件が次式で求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{p_{Ti}h_{Ti}(\tau_i^0(t))(1-a_T)}{1-p_{Ti}H_{Ti}(\tau_i^0(t))-p_{Fi}H_{Fi}(\tau_i^0(t))}\\
&\quad= \frac{\dot{P}(t-\tau_i^0(t))}{1-P(t-\tau_i^0(t))}+\frac{\gamma P(t-\tau_i^0(t))}{1-P(t-\tau_i^0(t))}\\
&\quad+ \frac{p_{Fi}h_{Fi}(\tau_i^0(t))a_F}{1-p_{Ti}H_{Ti}(\tau_i^0(t))-p_{Fi}H_{Fi}(\tau_i^0(t))}\\
&\quad\times \frac{P(t-\tau_i^0(t))-P(t-t_L-\tau_i^0(t))}{1-P(t-\tau_i^0(t))}.
\end{aligned}
$$

上式の左辺は $\tau_i^0(t)$ 時間精査した時点で精査が終了しない場合に，さらに単位時間の精査を行ったとき真目標物を正しく識別する限界精査率である．右辺第 1 項は時点 $\tau_i^0(t)$ で精査を打ち切った場合の時点 $t-\tau_i^0(t)$ における探索全体の単位時間当り限界探知率である．第 2 項は探索停止率 γ, 第 3 項は偽目標物誤認によるペナルティー時間 t_L が時点 $t-\tau_i^0(t)$ の単位時間で目標探知確率に与える影響を示している．この第 2, 3 項は探索残り時間が $t-\tau_i^0(t)$ の時点で探索停止又は偽目標物誤認が生起し，探索残り時間が 0 又は $t-\tau_i^0(t)-t_L$ に減少することで低下する探知確率の補正項である．

なお，本モデルにおいて $p_F = 0, \gamma = 0, a_T = a_F = 0, t_L = 0$ とおけば，ノイズ型虚探知の Iida 達のモデル [1, 2] の研究結果に一致し，また $T \to \infty$ とおけば探索時間が指数分布に従う Kisi のモデル [3] の結果に一致する．

5 感度分析

コンタクトクラスを 1 とし（添字 i を省略），精査の過誤確率 a_T, a_F の感度分析を示す．なおパラメータは以下のとおりとする．

$T = 10, \lambda = 1.0, p_T = 0.3, p_F = 0.3, p_N = 0.4,$
$\gamma = 0.1, \alpha_T = 1.0, \alpha_F = 0.5, a_T = 0.1, a_F = 0.1, t_L = 10.$

精査の過誤確率 a_T, a_F の増加は $\tau^*(t)$ を減少させるが，感度は鈍い (図 1)．しかし精査の過誤はコンタクトした真目標物の取り逃がし，又は偽目標物誤認による時間のロスを生じ $P(t)$ をかなり低下させる (図 2)．

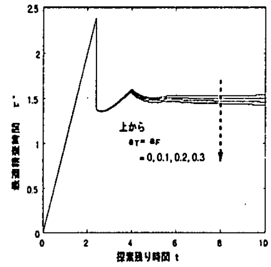

図 1: 最適精査時間

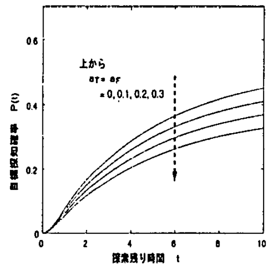

図 2: 真目標探知確率

なお数値例に関する詳細な分析と考察は発表の当日に報告する．

6 まとめ

本報告では精査の過誤を考慮したモデルを定式化し，精査の過誤が最適精査時間及び目標探知確率に与える影響を調べた．この問題に関する今後の研究課題としては，多目標問題や広域探索及び精査の特性の異なる n 地域の最適探索努力配分問題の研究が残されている．

参考文献

[1] K.Iida, R.Hohzaki and K.Kaiho:Optimal Investigating Search Maximizing the Detection Probability. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **40**(1997)294-309.

[2] K.Iida:Optimal Stopping of a Contact Investigation in Two-Stage Search. *Mathematica Japonica*, **34**(1989)169-190.

[3] T.Kisi:Optimal Stopping of the Investigating Search,in *Search Theory and Applications*, NATO Conference Series, Ⅱ-8(1979)255-260.