レンズ自動設計における最適化技術

キヤノン（株）オプト・ナノテク研究所
松居　寛

1．はじめに

レンズ設計における一連の作業（仕様決定→初期形状決定→収差補正）の内、収差補正過程においては形状変更と収差計算を繰り返し行うことにより、徐々にレンズ形状を所望の特性を発揮するものへと改善させていく。この繰り返し作業で所望の特性が得られない場合、その度合いに応じて、初期形状変更もしくは仕様変更にまで立ち返ることもある。一回で所望の特性を満たすレンズ形状を求めることは不可能で、数多くの反復とそれにともなう試行錯誤が要求される。この一連の反復作業をコンピュータに代替させるために導入されたツールが”レンズ自動設計”である。レンズ自動設計にはこれまで、様々な最適化技術の適用が検討され、レンズ設計分野固有の改良がなされてきた。1950年代初頭から、米国と英国を中心にその研究が始まり、1960年代になって実際の設計に用いられるようになったと言われている。そして現在では、設計者にとっては欠くことのできないツールとして定着している。

本稿では、先ずレンズ設計問題を定量的に取り扱うための準備として、変数や評価関数、制約条件の内容に触れ、その定式化を行う。そして、これまでレンズ自動設計に適用されて来た様々な最適化技術について論ずる。さらに、レンズ設計分野で最近注目を集めている大域的最適化に対する幾つかの試みを紹介する。

2．レンズ設計問題の定式化

レンズ設計における一連の反復作業は、“物理的あるいは仕様上の制約条件のもとで、光学特性をより満足するレンズ構成要素の組み合わせを探索すること”であると言え、これはまさに最適化問題である。

光学特性を評価する手段としては、光線追跡計算で求めた各光線の像面上の位置から直接得られる光線収差量やスポットダイヤグラム、光学系の空間周波数特性であるMTF(Modulation Transfer Function)など、設計段階や対象となる光学系によって様々である。光線収差は通常、軸上および軸外の複数の物点に対応する各像点に関し、光学系を通った光線が像面と交わる点と理想像点との差として定義される。

一方、レンズ構成要素としては、レンズ面の曲率半径（r）、レンズ中心肉厚あるいは面間隔（d）、レンズを構成する材料の屈折率（N）や分散（ν）などがある。

先ずレンズ系の構成要素を変数ベクトル；

$$X = [X_1 \quad X_2 \ldots X_n]^T \tag{1}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

とすると、レンズ系の特性を評価する量は評価関数ベクトル；

$$
\begin{aligned}
&F(X) = [\, F_1(X)\ F_2(X) \dots F_m(X)\,]^T \\
&\text{where} \\
&F_i(X) = w_i\{f_i(X) - f_{i,tar}\}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

で表される。ここで、上付き文字 T はベクトルないし行列の転置、$f_i(X)$、$f_{i,tar}$ はそれぞれ評価関数の実際の値とその目標値、w_i はあらかじめ設計者が与える各評価関数にかかる重みを表す。なお、F(X)は X の非線形関数である。さらに、レンズ肉厚、コバ厚最小値などレンズ系が満たすべき物理的制約、あるいはレンズ全長最大値、バックフォーカス最小値といった仕様上の制約を、等号制約条件ベクトル；

$$H(X) = [\, H_1(X)\ H_2(X) \dots H_l(X)]^T = 0 \tag{3}$$

及び、不等号制約条件ベクトル；

$$G(X) = [\, G_1(X)\ G_2(X) \dots G_k(X)]^T \leqq 0 \tag{4}$$

で表す。以上の表式を用いるとレンズ設計における収差補正は

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimize } F'(X) = [\ |F_1(X)|\quad |F_2(X)| \dots |F_m(X)|\ ]^T \\
&\text{subject to } H(X) = 0 \\
&\qquad\qquad\quad G(X) \leqq 0
\end{aligned}
\tag{5}
$$

なる制約条件付き多目的非線形計画問題として定式化される。また、従来のレンズ自動設計で比較的多く用いられてきたメリット関数と呼ばれる単一評価尺度を採用する手法の場合、レンズ設計問題は

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimize}\quad \phi(X) = F^T(X)F(X) \\
&\text{subject to } H(X) = 0 \\
&\qquad\qquad\quad G(X) \leqq 0
\end{aligned}
\tag{6}
$$

なる制約条件付き単一目標最適化問題として定式化される。(6)式において $\phi(X)$は、レンズ設計分野でメリット関数と呼ばれるスカラー量である。通常のレンズ設計で用いられる変数及び評価関数の数は、簡単なもので変数が 20 から 30 個で評価関数が 40 から 50 個、ズームレンズのような複雑な系になると変数が 50 から 100 個で評価関数が 100 から 200 個に達する。

3．レンズ自動設計の歴史的経緯

本節では、これまでに用いられて来た様々なレンズ自動設計手法のうち、代表的なものについてそれらの内容を簡単にまとめる。

3．1．制約条件の無い場合の手法

3．1．1．単一評価尺度を用いる手法

レンズ設計問題を

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$$\text{Minimize} \quad \phi(\mathbb{X}) = \mathbb{F}^T(\mathbb{X})\mathbb{F}(\mathbb{X}) \tag{7}$$

なる制約条件無し単一目標最適化問題とみなす。メリット関数の最小値と設計者の意図する最適解とを一致させるためには、各評価関数にかかる重みが、設計者によって物理的に矛盾のないように適切に設定されていなければならない。

(1)減衰最小二乗法

前述のように、収差補正は非線形計画問題であるため、最小二乗法では望ましい解を得ることが難しい。最小二乗法に、正規方程式の係数行列の正則性を保証するとともに評価関数の線形近似を精度良く成り立たせるため解ベクトルの変動量を小さく抑制する補正を図ったのが減衰最小二乗法（DLS 法；Damped Least Squares 法）である。これは非線形計画法における Levenberg-Marquardt 法[1)-4)]を Girard ら[5)-7)]がレンズ自動設計に適用したものである。DLS 法ではメリット関数を(7)式の代わりに次のように置く。

$$\phi(\mathbb{X}) = \mathbb{F}^T(\mathbb{X})\mathbb{F}(\mathbb{X}) + \rho\,\Delta\mathbb{X}^T\Delta\mathbb{X} \tag{8}$$

(8)式の右辺第 1 項が本来のメリット関数、第 2 項が非線形性補正項である。ρ は非線形補正項を制御するパラメータ（スカラー量）であり、ダンピングファクタと呼ばれる。(8)式で与えられるメリット関数の極値条件は、勾配ベクトル（gradient vector）∇^T を用いて

$$\nabla^T\phi(\mathbb{X}) = 0 \tag{9}$$

と表すことができ、これに評価関数の線形近似

$$\mathbb{F}(\mathbb{X}) \fallingdotseq \mathbb{F}(\mathbb{X}_0) + \mathbb{A}\Delta\mathbb{X} \tag{10}$$

を導入して書き換えると、正規方程式は

$$(\mathbb{A}^T\mathbb{A} + \rho\mathbb{I})\Delta\mathbb{X} = -\mathbb{A}^T\mathbb{F}(\mathbb{X}_0) \tag{11}$$

となる。ここで $\mathbb{A}$ は偏微分行列（Jacobian 行列）、$\mathbb{I}$ は単位行列、$\Delta\mathbb{X}$ は各変数の変動量を表す解ベクトルである。これは現在レンズ自動設計で最も広く使われている手法であり、今までに様々な改良が施されてきた。例えば、ρ に関する一次元探索方法にメリット関数の線形近似を導入したもの[8)]、変数ごとの偏微分行列要素の自乗和を ρ に掛けたもの[9)]、一旦 DLS 法で求めた解のノルムをさらに一次元探索によって延長して収束性を加速したもの[10)]などがある。

(2)直交化法

この手法は D.S.Grey[11),12)]により開発され、その後 O'Brien[13)]、Cornwell ら[14)]により議論された。この方法の特徴は、Gram-Schmidt の直交化法に立脚した独自のやり方で非線形性のコントロールを行っていることである。

先ず、Jacobian 行列 $\mathbb{A}$ を Gram-Schmidt 法によりＱＲ分解する。

$$\mathbb{A} = \mathbb{Q}\mathbb{R} \tag{12}$$

ここで、$\mathbb{Q}$ は正規直交行列、$\mathbb{R}$ は上三角行列である。そして(7)式および(9)式から導出される最小二乗問題の正規方程式

$$\mathbb{A}^T\mathbb{A}\Delta\mathbb{X} = -\mathbb{A}^T\mathbb{F}(\mathbb{X}_0) \tag{13}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

に (12)式を代入し、正規直交行列の性質を用いて書き換えると、

$$R\Delta X = -Q^T F(X_0) \tag{14}$$

となる。さらに、

$$U \equiv R\Delta X = -Q^T F(X_0) \tag{15}$$

とおく。本手法の特徴は、(15)式のように線形変換したUの各成分を個別にコントロールすることにより、非線形性を補正するためのステップ幅を巧みに制御していることである。

(3)疑似2次微分法

メリット関数を出発点X_0の近傍で2次微分項まで展開するNewton-Raphson法を(7)式に適用すると、次式を得る。

$$\{A^T A + D\}\Delta X = -A^T F(X_0) \tag{16}$$

ここで、行列Dの各要素D_{ij}は以下で与えられる。

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^{m} [F_k(X_0)\{\partial^2 F_k(X_0) / \partial X_i \partial X_j\}] \tag{17}$$

この行列Dを、その対角要素のみを採用して他の要素を0とした行列D'で置き換えると(16)式は以下となる。

$$\{A^T A + D'\}\Delta X = -A^T F(X_0) \tag{18}$$

(18)式から解ΔXを求める方法が疑似2次微分（Pseudo-Second-Derivative）法[15)-17)]である。DLS法におけるρの代わりに疑似2次微分法ではD_{ii}となっており、変数ごとに異なるダンピングファクタをかけていることに相当するため、DLS法の変形とも見なせる。

3．1．2．個々の評価関数に着目する手法

メリット関数という単一評価尺度を用いれば取扱いが簡単である反面、評価関数の間にトレードオフの関係が生ずる場合や適切な重み付けがされなかった場合には、メリット関数の最小点が必ずしも設計者の意図する最適解に一致するとは限らないという欠点がある。その欠点を回避することを意図してメリット関数に依らず直接個々の評価関数そのものに着目し、それらを最適化する方法が“個々の評価関数に着目する手法”であり、応用数学の分野の多目的計画法に相当する。最近、多目的計画法のアプローチを適用し、チェビシェフノルムの最小化を行うことで評価関数の二乗和の局所的最小値に囚われない方法も検討されている[18)]が、ここでは比較的古くから使われてきた手法についてのみ記す。

(1)Glatzel法

E.Glatzel[19),20)]により考案されたもので、変数の数が評価関数の数より多い場合に有効とされている。収差補正を以下で定式化し

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$$\text{Minimize} \quad \Delta\mathbb{X}^T\Delta\mathbb{X}$$
$$\text{subject to} \quad \mathbb{F}(\mathbb{X})=\mathbb{F}(\mathbb{X}_0)+\mathbb{A}\Delta\mathbb{X} \tag{19}$$

これにLagrange未定乗数法を適用して、

$$\text{Minimize } L = \Delta\mathbb{X}^T\Delta\mathbb{X}+\lambda^T\{\mathbb{F}(\mathbb{X}_0)-\mathbb{F}(\mathbb{X})+\mathbb{A}\Delta\mathbb{X}\} \tag{20}$$

とするものである。ここで、λはLagrange未定乗数のベクトル表示である。(20)式の解は

$$\Delta\mathbb{X}=\mathbb{A}\{\mathbb{A}\mathbb{A}^T\}^{-1}\{\mathbb{F}(\mathbb{X})-\mathbb{F}(\mathbb{X}_0)\} \tag{21}$$

となる。この手法は、$\Delta\mathbb{X}^T\Delta\mathbb{X}$ を最小化することで線形近似をできるだけ良好に保たせながら個々の評価関数を各々の目標値に合わせることを意図している。E.Glatzelによって開発されたアルゴリズムでは、一挙に最終目標値を与えずに段階的に変化させたり、線形近似からのズレを考慮して$\Delta\mathbb{X}$を修正したりなど手の込んだ処理が為されている。

(2)領域幅限定法

レンズ設計問題では多くの場合、目標値はある特定の値を持つ必要はなく、ある幅の中に入っていればよい。こうした考えから、各評価関数に上限値$\mathbb{F}_U(\mathbb{X})$及び下限値$\mathbb{F}_L(\mathbb{X})$を設定し、さらに評価関数を線形近似し、

$$\mathbb{F}_L(\mathbb{X}) \leqq \mathbb{F}(\mathbb{X}_0)+\mathbb{A}\Delta\mathbb{X} \leqq \mathbb{F}_U(\mathbb{X}) \tag{22}$$

なる連立一次不等式を反復計算で解くことによって最適解を探索しようというのがこの方法[21]である。制約条件も他の評価関数と全く同様に扱えるという利点がある。

(3)次元降下法

先ずJacobian行列$\mathbb{A}$を特異値分解する。

$$\mathbb{A}=\mathbb{H}\mathbb{S}\mathbb{K} \tag{23}$$

ここで、$\mathbb{H}$、$\mathbb{K}$は直交行列、$\mathbb{S}$はその要素が$\mathbb{A}$の特異値から成る対角行列である。そして、(23)式を(10)式に代入すると以下となる。

$$\mathbb{H}^T\mathbb{F}(\mathbb{X})=\mathbb{H}^T\mathbb{F}(\mathbb{X}_0)+\mathbb{S}\mathbb{K}\Delta\mathbb{X} \tag{24}$$

今、収差補正作業は(24)式の両辺のノルムを最小にすることと等価であるから、それを定式化すると

$$\text{Minimize} \quad \| \mathbb{H}^T\mathbb{F}(\mathbb{X}_0)+\mathbb{S}\mathbb{K}\Delta\mathbb{X} \| \tag{25}$$

となる。(25)式から、直交変換された座標系上での解ベクトル$\mathbb{K}\Delta\mathbb{X}$が求められる。この方法[22),23)]の大きな特徴は、解ベクトル$\mathbb{K}\Delta\mathbb{X}$の各要素に対して、いたずらに解ベクトルのノルムを長くしていると判断される要素を強制的に0とする次元降下を行ったり、任意の係数をかけて直交変換後の座標系で変数のダンピングを行うなどの処理を設計者が直接行えるようにしたことである。

3．2．制約条件保持手法

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

レンズ自動設計で用いられて来た制約条件保持手法は、一般に変換法に分類される内のPenalty 関数法[24)-27)]とLagrange 未定乗数法[28)-32)]である。Penalty 関数法はペナルティパラメータが大きくなるに従い数値計算上の不良条件を生じ効率が悪くなるといわれているが、制約条件を他の評価関数とまったく同一に扱えるという取扱い上の簡便さからレンズ設計の分野では比較的多く用いられてきた。また、Lagrange 未定乗数法は Spencer により初めてレンズ自動設計への適用が試みられ、Penalty 関数法より厳密に制約条件を保持することができると言われているが、数学的には不等号制約条件には適用できないこと、非凸な問題に対しては原理的に適用不可能であることなど幾つかの問題点も指摘されている。一方、これら 2 手法の欠点を改良したものとして応用数学の分野で提案された乗数法や逐次 2 次計画法をレンズ自動設計に適用した試みが報告[33)]されてはいるが、現場で広く普及しているとは言えないのが現状である。

3．3．大域的最適化に対する試み

前節までに述べた手法はいずれも出発点近傍の唯一の最適解を検出するもので、いわば局所的最適化手法である。これに対して、変数空間のより広い範囲からしかも複数の最適解を自動的に検出できる大域的最適化手法に関する試みが幾つか報告されている。それらの試みについて、確率論的手法と決定論的手法の２つに大別してまとめる。

3．3．1．確率論的手法

(1)アニーリング法

対象とする系を Boltzman 分布に従うエネルギー状態に例え、メリット関数値の増加するステップも確率関数で定義されるある確率で受け入れることにより、ローカルミニマムにトラップされることなく大局的最小値を検出しようというのがアニーリング法である。
Generalized Simulated Annealing 法[34)-40)]では、大局的最小値ではメリット関数値は 0 になるという考えから、確率関数 P における温度パラメータをメリット関数値で制御している。

Adaptive Simulated Annealing 法[41)-43)]では、最適化ステップの変動を独自の確率密度関数により制御している。また、メリット関数の増加するステップの受け入れ確率に対する温度の減少量を新たな入力パラメータでコントロールしている。

これらの手法を簡単な２枚レンズやダブルガウスレンズなど幾つかの設計問題に適用し、従来の最適化手法では得られなかった様々な解が検出されている。

(2)遺伝的アルゴリズム

レンズ系の構成要素の一組を個体とみなし、それらに遺伝的アルゴリズムを適用した結果が報告[44)]されている。各個体に actual part と genetic part を設け、genetic part に先験的情報として熟練設計者の経験を植え付けることにより収束性の向上が試みられており、実際の設計問

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

題として、7面から成るテッサータイプのレンズ系と単色ダブレットに適用し、このアルゴリズムの効果が検証されている。

さらに特筆すべき試みとして、上記手法で改善が不満足な場合、その変数群に Sequential Cluster Algorithm を適用し、変数空間の次元拡張を行ってレンズタイプをも変更する報告[45]がある。遺伝的アルゴリズムによる改善が行き詰まった単色接合ダブレットに適用した結果、接合レンズが分割されて2枚レンズとなり、さらに良好な特性が得られている。

また、レンズ設計の代表的な諸手続きを遺伝的アルゴリズムで制御することによりレンズ形状を大幅に変更させる試みが報告[46]や、正規分布を仮定することによって連続変数を取り扱うとともに多目的最適化手法を適用した例が報告[47]されている。

3．3．2．決定論的手法

(1)多次元空間サンプリング法

新たな最適化手法を適用するのではなく、変数空間やメリット関数によって与えられる地形を分析することにより、従来の局所的最適化手法の出発点を与える有望な初期形状を複数抽出し、それらの中から大局的最適解を見い出そうという試み[48]-[50]がある。先ず第1段階で変数空間を粗くサンプリングし、有望な形状領域を複数抽出する。第2段階で抽出された各領域に局所的最適化ルーチンを適用してそれぞれの最適解を求める。それらの最適解の内、最も優れたものを大局的最適解として採用するものである。サンプリング段階での変数の次元数による膨大な計算時間の増加を防ぐため、望みのない領域をあらかじめふるい分けるのにエキスパートシステム、計算スピードを向上させるのに並列（パイプライン）処理がそれぞれ適用されている。ダブレットやトリプレットに適用し、形状の様々に異なる結果が得られている。

(2)その他の方法

従来の局所的最適化手法を応用した手法である。その一つが、本来のメリット関数にエスケープ関数を付加して一旦検出した局所解近傍の地形を変形することによってそこから抜け出し、大局的最適解を検出しようとするもの[51]-[53]である。

4．まとめ

レンズ自動設計に関して、これまで適用されてきた様々な最適化手法やレンズ設計固有の性質に合わせた改良について報告した。今やレンズ設計業務には不可欠のツールであり、技術的にも完成の域に達したかのようにも見える。しかしながら、特に 1980 年代以降、大域的最適化手法に関する様々な試みが報告されていることからみると、同手法としてはまだ定着していないと判断でき、今後、さらに発展する余地があるもとの考えられる。

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

参考文献

1) K.A.Levenberg: Q.J.Appl.Math. 2 (1944) 164-168.

2) D.W.Marquardt: J.Soc.Ind.Appl.Math. 11 (1963) 431-441.

3) D.D.Morrison: SIAM J.Num.Anal. 5 (1968) 83-88.

4) D.W.Marquardt: Technometrics 12 (1970) 591-612.

5) A.Girard: Rev.Opt. 37 (1958) 225-241.

6) C.G.Wynne: Proc.Phys.Soc.London 73 (1959) 777-787.

7) M.Nunn and C.G.Wynne: Proc.Phys.Soc.London 74 (1959) 316-329.

8) C.G.Wynne and P.M.J.H.Wormell: Appl.Opt. 2 (1963) 1233-1238.

9) J.Meiron: J.Opt.Soc.Am. 55 (1965) 1105-1109.

10)P.N.Robb: Appl.Opt. 18 (1979) 4191-4194.

11)D.S.Grey: J.Opt.Soc.Am. 53 (1963) 672-676.

12)D.S.Grey: J.Opt.Soc.Am. 53 (1963) 677-680.

13)K.B.O'Brien: J.Opt.Soc.Am. 54 (1964) 1252-1255.

14)L.W.Cornwell,R.J.Pegis,A.K.Rigler and T.P.Vogl: J.Opt.Soc.Am. 63 (1973) 576-581.

15)D.R.Buchele: Appl.Opt. 7 (1968) 2433-2435.

16)D.C.Dilworth: Appl.Opt. 17 (1978) 3372-3375.

17)A.Faggiano: Appl.Opt. 19 (1980) 4226-4229.

18)H.Matsui and K.Tanaka: Opt.Rev. 4 (1997) 695-699.

19)E.Glatzel: Optik 18 (1961) 577-580.

20)E.Glatzel and R.Wilson: Appl.Opt. 7 (1968) 265-276.

21)T.Suzuki and S.Yonezawa': J.Opt.Soc.Am. 56 (1966) 677-683.

22)大木 裕史: 光学 13 (1984) 490-496.

23)H.Ooki: Proc.SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 171-176.

24)M.J.Kidger and C.G.Wynne: Opt.Acta 14 (1967) 279-288.

25)H.H.Hopkins and A.Kadkly: J.Mod.Opt. 35 (1988) 49-74.

26)K.Tanaka: Proc.SPIE 1319 Optics in Complex Systems (1990) 619-620.

27)K.Tanaka: J.Opt.(Paris) 21 (1990) 241-245.

28)J.Meiron and H.M.Loebenstein: J.Opt.Soc.Am. 47 (1957) 1104-1109.

29)G.H.Spencer: Appl.Opt. 2 (1963) 1257-1264.

30)J.L.Rayces and L.Lebich: Opt.Eng. 27 (1988) 1031-1034.

31)S.Zhuang and Z.Qu: Proc.SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 177-179.

32)K.Tanaka: J.Opt.(Paris) 22 (1991) 7-9.

33)松居 寛: 光学 22 (1993) 488-494.

34)I.O.Bohachevsky,V.K.Viswanathan and G.Woodfin: Proc.SPIE 485 Application of

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

Artificial Intelligence (1984) 104-112.
35)V.K.Viswanathan,I.O.Bohachevsky and T.P.Cotter: Proc.SPIE 554 International Lens Design Conference (1985) 10-17.
36)G.K.Hearn: Proc.SPIE 766 Recent Trends in Optical Systems Design; Computer Lens Design Workshop (1987) 283-284.
37)S.W.Weller: Proc.SPIE 818 Current Developments in Optical Engineering II (1987) 265-274.
38)S.W.Weller: Opt.News, Dec. (1987) 20-21.
39)G.K.Hearn: Proc.SPIE 818 Current Developments in Optical Engineering II (1987) 258-264.
40)G.K.Hearn: Proc.SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 186-191.
41)G.W.Forbes and A.E.W.Jones: Proc.SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 144-153.
42)G.W.Forbes and A.E.W.Jones: Opt.Photonics News March (1992) 23-29.
43)A.E.W.Jones and G.W.Forbes: J.Global Optim. 6 (1995) 1-37.
44)M.Walk and J.Niklaus: J.Opt.Theory and Appl. 59 (1988) 173-181.
45)G.Elsner: J.Opt.Theory and Appl. 59 (1988) 165-172.
46)E.Betensky: Opt.Eng. 32 (1993) 1750-1756.
47)小野 功: 精密工学会誌 64 (1998) 1443-1446.
48)D.Sturlesi and D.C.O'Shea: Proc.SPIE 1168 Current Developments in Optical Engineering and Commercial Optics (1989) 92-106.
49)D.Sturlesi and D.C.O'Shea: Proc.SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 54-68.
50)D.Sturlesi and D.C.O'Shea: Opt.Eng. 30 (1991) 207-218.
51)M.Isshiki, H.Ono and S.Nakadate: Opt.Rev. 2 (1995) 47-51.
52)一色 真幸、小野 広起、中盾 末三: 光学 24 (1995) 415-421.
53)M.Isshiki, H.Ono, K.Hiraga, J.Ishikawa and S.Nakadate: Opt.Rev. 2 (1995) 463-470.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.