2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

秤の点検政策に関する研究–点検に調整を伴う場合

01204194　流通科学大学　　三道 弘明　SANDOH Hiroaki
01007334　帝塚山大学　＊　井垣 伸子　IGAKI Nobuko

1. はじめに

化学物質などを生産する工程の最終段階において，袋詰めなどにされた製品の重量を秤で測定し，その結果を製品に記載するという工程が存在する．一般にこのような工程は，製品そのものの品質には直接影響しないためそれほど重視されておらず，経費もかけられていない．しかし，計量を継続しているうちに秤自身に狂いが生じることも少なくなく，狂いが生じた秤で計量された製品は，記載された重量と実際の重量とが異なったまま出荷されることとなる．特に，製品が化学薬品のような物質である場合，記載された重量と実際のそれとが異なっていると，消費者がこのような製品をそのまま化学反応に用いた際に正しく反応しないこととなる．このような場合には，大きなクレームが寄せられるばかりでなく，製造業者としての信用をも失墜しかねない．

本研究では，このように製品そのものの品質ではなく，単に製品に記載された重量と実際の重量が異なるような製品に着目し，これらを**不良品**とよぶこととする．この上で，前述したような，それほど経費をかけることができないような状況を想定し，秤に対して定期的な点検を実施することで，秤の狂いを検出，調整するという点検政策について考察する．ここでは，一定時間間隔 $iT(T>0, i=1,2,\cdots)$ で秤を点検するという方策について考察する．また，現実にも見られるように毎朝作業開始前に秤を点検するという状況を想定し，１日の作業時間 τ を N 等分した上で，作業を開始してから時間 $i\tau/N$ $(i=0,1,2,\cdots,N-1)$ が経過した時点で点検を行うという方策についても検討する．但し，N は１日の点検頻度を表し，$N=1$ は毎朝の点検を実施するに止めることを意味する．なお，秤の点検作業にはその調整作業も含まれている場合を考え，点検を終了した時点で秤は正常に戻るものと仮定する．また，計量すべき製品の数量は相当大きく連続量と見なし，計量を実施した製品の数量を計量に要した時間に対応させることとする．さらに，時刻 t までに秤に狂いが発生する確率分布を，分布関数 $F(t)$ を用いて表現することとし，$F(t)$ には平均 μ が存在するものとする．

2. 方策１

2.1 不良率

秤の点検 (調整) が完了した時点で秤は正常に戻ることから，プロセスの振る舞いはこの時点を再生点とする再生過程 [1],[2] を形成することは明らかである．よって，不良率 $Q_1(T)$ は

$$
\begin{aligned}
Q_1(T)& \\
&= \lim_{t\to+\infty}\frac{E[(0,t]\text{ 上で秤に狂いが生じていた時間}]}{t} \\
&= \frac{B_1(T)}{A_1(T)} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

で与えられる．ここに，$A_1(T)$，$B_1(T)$ は連続する再生点間における期待時間，および秤に狂いが生じていた時間の期待値を表し

$$A_1(T) = T \qquad (2)$$

$$B_1(T) = \int_0^T F(t)dt \qquad (3)$$

である．よって不良率 $Q_1(T)$ は

$$Q_1(T) = \frac{\int_0^T F(t)dt}{T} = 1 - \frac{\int_0^T \overline{F}(t)dt}{T} \qquad (4)$$

となる．ここで市場に出荷される不良品の割合である不良率を $\alpha(0<\alpha<1)$ 以下に押さえようとすると，式 (4) より

$$\lim_{T\to+0} Q_1(T) = 0 \qquad (5)$$

$$\lim_{T\to+\infty} Q_1(T) = 1 \qquad (6)$$

$$Q_1'(T) = \frac{-[T\overline{F}(T) - \int_0^T \overline{F}(t)dt]}{T^2} \qquad (7)$$

が成立することから，式 (7) 右辺分子を $R(T)$ とおくと

$$R'(T) = Tf(T) > 0 \qquad (8)$$

$$\lim_{T\to+0} R(T) = 0 \qquad (9)$$

が成り立つ．よって，$T>0$ に対し $R(T)>0$ すなわち $Q_1'(T)>0$ であり，$Q_1(T)$ は $(0,1]$ における T の単調増加関数である．故に，$Q_1(T) \le \alpha(0<\alpha<1)$ を満足する最大の点検時間間隔 $T_\alpha(>0)$ が唯一存在する．

2.2 経済的点検時間間隔

ここでは単位製品量当たりの期待費用を最小にするという意味での経済的点検時間間隔について考察を行う．不良品を出荷した場合の1単位時間当たりに計量された不良品に要する費用を c_1，1回の点検，調整に必要な費用を c_2 とする．このとき単位時間当たりに計量された製品に必要な期待費用は，再生報酬過程[1],[2]の性質を用いて

$$\begin{aligned} C_1(T) &= \lim_{t\to+\infty} \frac{E[(0,t]\text{における総費用}]}{t} \\ &= \frac{c_1 \int_0^T F(t)dt + c_2}{T} \end{aligned} \tag{10}$$

で与えられる．ここに，$C_1(T)$ の構造は，Osaki[3]の分類によるブロック取り替え政策に対するモデル2のそれに同じである．

$C_1(T)$ を T に関して微分すると，$C_1'(T) \geq 0$ は

$$R(T) \geq \frac{c_2}{c_1} \tag{11}$$

に等価であることがわかる．ここで，式(8),(9)が成立することから

$$\lim_{T\to+\infty} R(T) = \mu > \frac{c_2}{c_1} \tag{12}$$

ならば，$C_1'(T)$ の符号は負から正に唯一度だけ変化し，$C_1(T)$ を最小にする有限の点検時間間隔 $T = T^*$ が唯一存在する．また，不等式(12)が成り立たない場合には，$C_1'(T) \leq 0$ であり，すなわち $T^* = +\infty$ となり，一切点検を行わないことが最適となる．

3. 方策2

3.1 不良率

ここでも秤に対する点検が終了した時点，すなわち $i\tau/N(i = 0,1,2,\cdots,N-1)$ を再生点とする再生過程を形成することは明らかである．よって方策2の下での不良率 $Q_2(N)$ は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} &Q_2(N) \\ &= \lim_{t\to+\infty} \frac{E[\ (0,t]\text{のうち，秤に狂いが生じていた時間}]}{t} \\ &= \frac{B_2(N)}{A_2(N)}, \quad N = 0,1,2,\cdots,N-1 \end{aligned} \tag{13}$$

但し，$A_2(N)$，$B_2(N)$ は次のとおりである．

$$A_2(N) = \frac{\tau}{N} \tag{14}$$

$$B_2(N) = \int_0^{\frac{\tau}{N}} F(t)dt \tag{15}$$

このとき

$$u = \tau/N \tag{16}$$

なる変換を行うと，$Q_2(u) = Q_1(u)$ が成立する．但し，定義域は $u \in (0,\tau]$ である．よって

$$Q_2(\tau) = Q_1(\tau) = 1 - \frac{\int_0^\tau \overline{F}(t)dt}{\tau} > \alpha \tag{17}$$

ならば，$Q_2(\tau) \leq \alpha$ を満たす最大の u_α が存在する．すなわち $Q_2(\tau) \leq \alpha$ を満たす最小の点検頻度 $N_\alpha(\geq 1)$ が存在する．

3.2 経済的点検頻度

単位時間当たりに計量された製品に要する期待費用は

$$\begin{aligned} C_2(N) &= \lim_{t\to+\infty} \frac{E[(0,t]\text{における総費用}]}{t} \\ &= \frac{c_1 \int_0^{\frac{T}{N}} F(t)dt + c_2}{\frac{T}{N}} \end{aligned} \tag{18}$$

で与えられる．ここでも式(16)の u を導入すると，$C_2(u) = C_1(u)$ が成立する．よって

$$R(\tau) = -\tau\overline{F}(\tau) + \int_0^\tau \overline{F}(t)dt > \frac{c_2}{c_1}, \tag{19}$$

ならば，$C_2(u)$ を最小にする u^* が唯一存在する．このことは，$C_2(N)$ を最小にする有限の経済的点検頻度 $N^*(\geq 1)$ が存在することを意味する．

4. 数値例

紙数の関係上，数値例は当日報告させて頂く．

参考文献

[1] S. M. Ross, *Applied Probability Models with Optimization Applications,* Holden-Day, San Francisco, (1970).

[2] S. M. Ross, *Introduction to Probability Models, 5th edition,* Academic Press, New York, (1993).

[3] S. Osaki, *Applied Stochastic System Modeling,* Springer-Verlag, Berlin, (1992).