2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

各需要点への輸送コストの最適化を目的としたファジィ輸送問題

大阪大学 *森田 晃 MORITA Akira
02202714 大阪大学 島田 文彦 SHIMADA Fumihiko
01005194 大阪大学 石井 博昭 ISHII Hiroaki

1 はじめに

輸送問題とは供給点から需要点へ物資を運ぶ際,供給点,需要点双方の要求を満たすよう最適な輸送形態を求める問題である.代表的な輸送問題として知られるヒッチコック型輸送問題では,複数の供給点と複数の需要点を結ぶアークに単位輸送量あたりのコストが付加されているモデルを扱う.さらに各供給点,需要点にはそれぞれ供給量,需要量が付加されており,輸送量制約を満たし,かつ総コストが最小の輸送ルートを求めるのが目的である.なお,ヒッチコック型輸送問題には,飛び石法をはじめとする有効な解法がすでに考案されている [1, 2, 3].

また,輸送問題をより現実に即した問題にするための試みも行われており,ファジィ理論におけるファジィ制約を用いて,供給量や需要量に幅を持たせた問題などが提案されている [4, 7].

輸送問題を考える上で輸送コストは重要な概念であるが,これまでのモデルでは輸送コストの総和を取り扱う場合がほとんどであった.しかし,実際は個々のノードにおける輸送コストが輸送ルートの決定に関与してくることが多い.例えば各需要点がそれぞれの利益を追求するような企業であった場合,輸送コストの総和は最小であっても,ある需要点にかかる輸送コストが他の需要点に比べて割高であれば,不公平な解とみなすことができる.そこで本稿では,個々の需要点ごとでの輸送コストを考慮し,ファジィ理論を用いて各需要点の満足度を付加した輸送問題を提案する.

2 ファジィ集合

本稿では定式化を行う際,ファジィ理論におけるファジィ集合の概念を用いる.ファジィ集合とはあいまいな集合を定量的に取り扱うために,1965年L.A.Zadehによって提案された概念であり,メンバシップ関数を用いて以下のように定義される [4, 8].

定義 2.1 全体集合 X におけるファジィ集合 $\tilde{A}$ は

$$\mu_{\tilde{A}} : X \to [0,1]$$

なるメンバシップ関数 $\mu_{\tilde{A}}$ によって特性づけられた集合であり,メンバシップ関数 $\mu_{\tilde{A}}$ は $\tilde{A}$ における x の帰属度を表す.このときファジィ集合 $\tilde{A}$ は,要素 x と帰属度 $\mu_{\tilde{A}}$ の対の集合として

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

と表す.

3 モデルの構成と定式化

供給点の集合を S,需要点の集合を T とし,S, T からなる完全2部グラフを考える.すなわち,全ての供給点 s_i と需要点 t_j の間には,アーク (s_i, t_j) が存在する.全てのアーク (s_i, t_j) には,供給点 s_i から需要点 t_j への単位輸送量あたりの輸送コスト c_{s_i,t_j} を付加する.さらに各供給点 s_i には供給量 a_{s_i},各需要点 t_j には需要量 b_{t_j} をそれぞれ付加する.

このとき,各供給点 s_i から各需要点 t_j への輸送量を x_{s_i,t_j} とすれば,需要点 t_j に対する総輸送コスト C_{t_j} は以下の式で与えられる.

$$C_{t_j} = \sum_{s_i \in S} c_{s_i,t_j} x_{s_i,t_j}$$

代表的な輸送問題であるヒッチコック型輸送問題では,全ての需要点に対する総輸送コストの総和を最小化することが目的であり,目的関数は以下で与えられる.

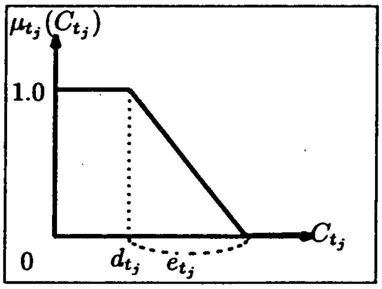
$$\text{Minimize} \quad \sum_{t_j \in T} C_{t_j} = \sum_{s_i \in S} \sum_{t_j \in T} c_{s_i,t_j} x_{s_i,t_j}$$

本稿での目的は,各需要点 t_j ごとに対する総輸送コスト C_{t_j} を最適化することであるが,需要点によって需要量,単位あたりの輸送コストが異なることを考慮すれば,単純に需要点ごとの総輸送コストで比較するのは妥当ではない.例えば他の需要点に対して需要量が多く,

単位あたりの輸送コストも高い需要点が存在する場合，総輸送コストは他の需要点に比べて高額になるのは当然であり，全ての需要点における総輸送コストが同じになるような輸送ルートは最適ではない．重要なのはそれぞれの需要点の状況に応じて，各需要点が納得できるような輸送ルートを選択することである．

そこで本稿では各需要点ごとに総輸送コストの目標値を設定し，実際の輸送コストが目標値をどの程度満たしているかによって比較を行う．実際の輸送コストが目標値を満たす度合いは，ファジィ集合の概念を用いて以下のように定める．

$$\mu_{t_j}(C_{t_j}) = \begin{cases} 1, & C_{t_j} \le d_{t_j} \\ \dfrac{d_{t_j} + e_{t_j} - C_{t_j}}{e_{t_j}}, & d_{t_j} < C_{t_j} < d_{t_j} + e_{t_j} \\ 0, & d_{t_j} + e_{t_j} \le C_{t_j} \end{cases}$$



グラフ 3.1 需要点 t_j におけるメンバシップ関数

d_{t_j} は需要点 t_j における総輸送コスト C_{t_j} の目標値,e_{t_j} は許容コストとする．総輸送コスト C_{t_j} が目標値 d_{t_j} 以下であれば目標が達成されているので，メンバシップ関数 μ_{t_j} の値を 1 とし，コストが目標値 d_{t_j} を超えると，超過したコストに比例してメンバシップ関数値も減少する．そして超過コストが許容コスト e_{t_j} 以上の場合，全く目標が達成されていないものとみなして，メンバシップ関数値を 0 とする．

ここでメンバシップ関数 μ_{t_j} は，総輸送コスト C_{t_j} に対して，需要点 t_j がどの程度満足しているかという指標としてもみなすことができるので，メンバシップ関数を満足度関数ともいう．

本稿ではメンバシップ関数，すなわち満足度関数を用いて，以下のように目的関数を与える．

$$\text{Maximaize min } \left\{\mu_{t_j}(C_{t_j}) | t_j \in T\right\}$$

満足度関数の最小値を最大化するという目的関数は，ファジィ環境における意思決定法として広く知られているものであり，また本問題の背景からも適切な意思決定法と考えられる [5, 6]．

以上より問題 P を次のように定式化する．

問題 P

$$\begin{array}{lll} \text{Maximaize} & \min \left\{\mu_{t_j}(C_{t_j}) | t_j \in T\right\} & \\ \text{subject to} & \displaystyle\sum_{t_j \in T} x_{s_i,t_j} \le a_{s_i}, & s_i \in S \\ & \displaystyle\sum_{s_i \in S} x_{s_i,t_j} \ge b_{t_j}, & t_j \in T \\ & x_{s_i,t_j} \ge 0, & s_i \in S, t_j \in T \end{array}$$

ただし

$$C_{t_j} = \sum_{s_i \in S} c_{s_i,t_j} x_{s_i,t_j}$$

4 おわりに

本稿では総輸送コストの最小化を目的とする一般的な輸送問題，ヒッチコック型輸送問題に対して，各需要点ごとへの輸送コストを考慮し，ファジィ理論を用いて各需要点での満足度の最適化を目的とする輸送問題を提案した．

なお P の解法については当日の発表で述べる予定である．

参考文献

[1] 今野浩，“線形計画法”日科技連, 1987.

[2] 伊理正夫，古林隆，“ネットワーク理論”日科技連, 1976.

[3] 伊理正夫，藤重悟，大山達雄，“グラフネットワークマトロイド”産業図書, 1986.

[4] 坂和正敏，石井博昭，西崎一郎，“ソフト最適化”朝倉書店, 1995.

[5] 西田俊夫，竹田英二，“ファジィ集合とその応用”森北出版株式会社, 1978.

[6] H.-J.Zimmermann, “Fuzzy Set Theory and Its Applications” Kluwer Academic Publishers, 1991.

[7] M.Tada and H.Ishii, “An Integer Fuzzy Transportation Problem” *Computers Math.Applic.* Vol. 31, No. 9, pp.71-87, 1996.

[8] L.A.Zadeh, “Fuzzy sets” *Information and Control.* Vol. 8, pp.338-353, 1965.