小売業における特別展示商品に対する最適発注量
- あげぞこの効果 -

02103234 神戸商科大学大学院 * 川勝 英史 KAWAKATSU Hidefumi
01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki
01503164 神戸商科大学商経学部 濱田 年男 HAMADA Toshio

1. はじめに

筆者等は小売業において,「在庫量が多い程良く売れ,少なくなるとあまり売れなくなる」という性質を持つ商品に対して,経済的発注量 [1] 及び,単位時間当り総利益を最大にする POQ(Profitable Order Quantity) を求めるためのモデルを提案した [2].しかし,小売業の現場では,外見上の商品数を大きくするために鏡やあげぞこを用いることが少なくない.鏡を用いた場合の POQ を求めるためのモデルについては既に報告したとおりである [3].本研究では,あげぞこを用いた場合の効果について考察する.

2. モデル

本研究では以下の場合を考える.(1) 商品の需要は確定的であるが,在庫量が多い程良く売れ,在庫量が少なくなるとあまり売れなくなる.(2) 外見上の商品数を大きくするためにあげぞこを用いる.また,あげぞこの大きさは,実在庫 R 単位に相当することとする.(3) バックルーム在庫は認めず,在庫量の上限 Q_U を制約として与える.(4) 実際の在庫水準が Q_0 となった時点で $Q-Q_0$ を発注する.従って,最大在庫量を Q とすることとなり,$0 \leq Q_0 < Q$ である.(5) リードタイムは 0 であり,入庫速度は無限大とする.ただし,時刻 t における累積需要量 $m(t)$ は次式を満足すると仮定する.

$$dm(t)/dt = \lambda\,[Q+R-m(t)]+\mu \tag{1}$$

式 (1) は,時刻 t における需要速度が,外見上の在庫量に比例する部分 (比例定数 $\lambda > 0$) と固定需要量 (μ) とからなることを意味している.

初期条件を $m(0)=0$ として,式 (1) の微分方程式を解くと次式を得る.

$$m(t) = \left(Q+\frac{\mu}{2\lambda}\right)\left(1-e^{-2\lambda t}\right) \tag{2}$$

次に,時刻 t における実際の在庫量を $A(t)$ とすると

$$A(t) = Q-m(t) = \left(Q+R+\frac{\mu}{\lambda}\right)e^{-\lambda t}-\frac{\mu}{\lambda}-R \tag{3}$$

となる.また,$(0,T]$ における延べの在庫量 $B(Q,Q_0)$ を求めると次式のようになる.

$$B(Q,Q_0,R) = \tfrac{Q+R+\rho}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda T}\right)-(R+\rho)T \tag{4}$$

ここに,$\rho = \mu/\lambda$ である.

よって,単位在庫の単位時間当り在庫維持管理費用を c_1,1回当り発注費用を c_2,単位在庫(に相当するあげぞこの大きさ)当り単位時間当りのあげぞこ費用を c_3,単位在庫当り粗利益を α とすると,単位時間当り総利益は次式により与えられる.

$$\begin{aligned} P(Q,Q_0,R) &= \tfrac{\alpha m(T)-c_1B(Q,Q_0,R)-c_2-c_3RT}{T} \\ &= \tfrac{\beta(Q-Q_0)-c_2\lambda}{\ln\frac{Q+R+\rho}{Q_0+R+\rho}}+c_4R+c_1\rho \end{aligned} \tag{5}$$

但し,$c_4=c_1-c_3$,$\beta=\alpha\lambda-c_1$ とし,$c_1>c_3$,$\beta>0$ を仮定する.

3. 最適最大在庫量

Q_0,R を与えたとき $P(Q,Q_0,R)$ を最大にするような Q^* は,$Q^*=+\infty$ となる.

ここで,仮定より在庫量の上限は Q_U ($\ll +\infty$) であることから,Q_U を考慮した際の $P(Q,Q_0,R)$ を最大にする Q は $Q^{**}(Q_U)=Q_U$ となる.よって,以下では,すべての $Q+R$ を Q_U に置き換えて解析を行うこととする.このとき,式 (5) は

$$P(Q_0,R) = \frac{\beta(Q_U-Q_0-R)-c_2\lambda+(c_4R+c_1\rho)\ln\frac{Q+R+\rho}{Q_0+R+\rho}}{\ln\frac{Q+R+\rho}{Q_0+R+\rho}} \tag{6}$$

となる.式 (6) の分母と分子を,それぞれ,$M(R)$,$N(R)$ とおくこととする.

4. 最適発注点

Rを与えた場合の,$P(Q_0,R)$ を最大にする $Q_0=Q_0^*$ について解析を行った結果を以下にまとめる.

(1) $(R+\rho)\ln\frac{Q_U+\rho}{R+\rho}-(Q_U-R) < -\frac{c_2\lambda}{\beta}$ の場合.

このとき，$P(Q_0,R)$ を最大にするような $0<Q_0^*<Q_U-R$ が唯一存在する．このときの解を $S_1(R)$ と書くこととする．

(2) $(R+\rho)\ln\frac{Q_U+\rho}{R+\rho}-(Q_U-R)\geq-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ の場合．
$P(Q_0,R)$ を最大にするような Q_0^* は $Q_0^*=0$ である．

5. 最適なあげぞこの大きさ

ここでは，Q_0 を与えたとき $P(Q_0,R)$ を最大にする $R=R^*$ に関する解析結果をまとめる．

但し

$$D(R) \equiv \frac{N'(R)}{M'(R)}M(R)-N(R) \quad (7)$$

$$\varphi(R) \equiv \beta+2c_4-c_4\ln\frac{Q_U+\rho}{Q_0+R+\rho} \quad (8)$$

$$L(Q_0,R) \equiv (Q_0+R+\rho)\ln\frac{Q_U+\rho}{Q_0+R+\rho} -\frac{c_2\lambda}{\beta}(Q_0+R+\rho)\left[\ln\frac{Q_U+\rho}{Q_0+R+\rho}\right]^2 -(Q_U-Q_0-R) \quad (9)$$

とする．

(1) $\varphi(0)\geq 0$ のとき．
(a) $D(0)<0$ の場合．
このとき，$P(Q_0,R)$ を最大にするような $0<R^*<Q_U-Q_0$ が唯一存在する．このときの解を $S_2(Q_0)$ と書くこととする．
(b) $D(0)\geq 0$ の場合．
このとき，$R^*=0$ である．

(2) $\varphi(0)<0$ のとき．ここでは，$\varphi(R)=0$ として R について解いたものを

$$R_0=(Q_U+\rho)e^{-\beta/c_4-2}-Q_0-\rho \quad (10)$$

と置くこととする．$P(Q_0,R)$ を最大にする R は以下のようになる．
(a) $D(0)<0$ の場合．
このとき，$P(Q_0,R)$ を最大にするような $0<R^*<Q_U-Q_0$ が唯一存在する．このときの解を $S_2(Q_0)$ と書くこととする．
(b) $D(0)>0$ かつ $D(R_0)<0$ の場合．
このとき，$0\leq R<Q_U-Q_0$ に対して $D(R)=0$ となるような解が2つ存在する．これらの解を R_1，R_2（$R_1<R_2$）とすると，最適解は

$$R^*=\begin{cases}0, & P(Q_0,0)\geq P(Q_0,R_2)\\ R_2, & P(Q_0,0)<P(Q_0,R_2)\end{cases} \quad (11)$$

となる．このときの解を $S_2(Q_0)$ と書くこととする．
(c) $D(0)\geq 0$ かつ $D(R_0)\geq 0$ の場合．
このとき，$R^*=0$ である．

6. 最適政策

ここでは，4.，5. の解析結果をまとめ，最適政策を示すこととする．

$(R+\rho)\ln\frac{Q_U+\rho}{R+\rho}-(Q_U-R)<-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のとき，最適政策は (Q_0^{**},R_0^{**}) は $(S_1(R),S_2(Q_0))$ となる．

一方，$(R+\rho)\ln\frac{Q_U+\rho}{R+\rho}-(Q_U-R)\geq-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のときの最適政策は以下のようになる．

(1) $\varphi(0)\geq 0$ の場合．
(a) $L(0,0)<-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のとき，すなわち，$D(0)<0$ のとき $R^*=S_0(0)$ である．従って，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,S_2(0))$ となる．
(b) $L(0,0)\geq-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のとき，$R^*=0$ であるので，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,0)$ である．

(2) $\varphi(0)<0$ の場合．
(a) $L(0,0)<-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のとき，$R^*=S_2(0)$ であり，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,S_2(0))$ となる．
(b) $L(0,0)>-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ かつ，$L(0,R_0)<-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のときも，$R^*=Q_2(0)$ となり，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,S_2(0))$ である．
(c) $L(0,0)\geq-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ かつ，$L(0,R_0)\geq-\frac{c_2\lambda}{\beta}$ のとき，$R^*=0$ であるので，最適政策は $(Q_0^{**},R_0^{**})=(0,0)$ となる．

なお，紙数の都合上，数値例は当日発表させて頂く．

参考文献

[1] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する経済的発注量，日本 OR 学会秋季研究発表会アブストラクト集，(1998)，68-69.

[2] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する最適発注量-単位時間当り総利益の最大化-，日本 OR 学会春季研究発表会アブストラクト集，(1999)，228-229.

[3] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する最適発注量-鏡の効果-，日本 OR 学会秋季研究発表会アブストラクト集，(1999)，30-31.