2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

位相型近似による自動スリープ機能の最適設計手法

岡村寛之 † (01013754), 土肥正 † (01307065), 尾崎俊治 † (01002265)
† 広島大学工学部

1 はじめに

近年，コンピュータを構成する部品や周辺機器の高速化・高機能化にともなう性能の向上により，我々の周りにおけるコンピュータの利用機会は急激に広まっている．このような状況に対して，コンピュータの信頼性や操作性に加え，コンピュータのパワーマネジメントと呼ばれる省電力技術が重要となってきている．コンピュータやその周辺機器の省電力化を実現するためには，消費電力の低い電子部品を開発するなど新しいハードウェアの研究開発が本質的に重要となるが，一方でアプリケーションやユーザの操作履歴に従ってソフト的に省電力を実現する技術も急速に開発されている．特に自動スリープ機能 (auto-sleep function) は，最近のデスクトップPC ならびにノートブック PC に標準装備されていることから，その必要性が注目されている機能の一つである．自動スリープ機能において，スリープモードに移行するタイミングを推定することは重要な設計上の問題となる．一般に，起動に要する電力は通常電力の数倍であるため，アイドル状態から直ちにスリープモードに移行することは操作性だけでなく省電力の観点からも常に有効であるとはいえない．

このような問題に対して，Hirakoshi, Sandoh and Kawai [1]，岡村，土肥，尾崎 [2] は，コンピュータのアイドル状態からいつスリープモードに移行するべきかの時期を推定するための確率モデルを提案し，最適なスリープ時間を求める問題について議論している．特に，文献 [2] では，コンピュータに対するアクセス要求の発生過程が一般の再生過程に従うと仮定し，最適なスリープ時間を導出するための近似手法を提案している．上述の結果は，より一般的なコンピュータの使用環境下における自動スリープ機能の設計問題に対して一つの解法を与えるものであるが，反面，適用された近似に対する精度が十分でなく，最適スリープ時間の定性的なふるまいを言及するにとどまっている．そこで本稿では，文献 [2] で提案された自動スリープモデルについて，アクセス要求の発生過程をある種のマルコフ過程によって近似することにより，最適スリープ時間に対する新たな近似解法の提案を行う．

2 モデルの概要

文献 [2] で定義されたコンピュータシステムの自動スリープ機能を考える．アクセス要求は一般の再生過程に従って発生し，その時間間隔は互いに独立で同一な確率分布関数 $F(t)$ (k 次モーメント：$m_k > 0$) に従うものとする．最初のアクセス要求が発生してから実際にアクセスに対する処理を開始するまでに要する準備時間を $\tau (> 0)$ とする．単一のアクセスの処理に対する時間は確率分布 $G(t)$ に従う確率変数 S であり，その平均と分散を，それぞれ $\mathrm{E}[S] = 1/\mu$, $\mathrm{Var}[S] = \sigma_s^2$ によって表す．また，処理中に発生した他のアクセス要求はキャンセルされるものとする．単一の処理を完了すると，システムは次のアクセス要求が発生するまで待機する．このとき，待機時間が t_0 以内に次のアクセス要求が発生した場合，システムは再び稼働状態へと移行する．一方，時間 t_0 以内でアクセス要求が発生しない場合は，その時点からスリープモードに移行する．スリープ状態の時に他のアクセス要求が発生すると，起動時間 $s (> 0)$ を経過してシステムは稼働状態に移行する．本稿では，このような時間 t_0 をスリープ時間と呼ぶ（図 1 を参照）．

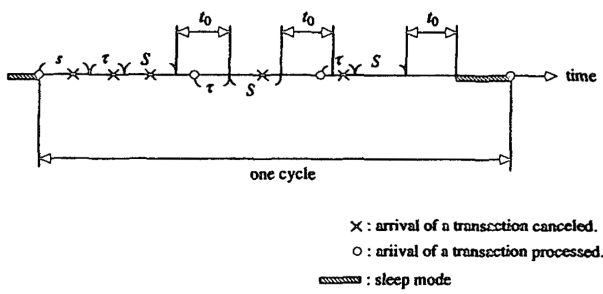

図 1: 自動スリープモデルの概念図.

稼働状態において，システムは単位時間当たり $P_1 (> 0)$ の電力を消費する．また，起動時における消費電力は単位時間当たり $P_2 (> 0)$ であり，$P_2 > P_1$ を仮定する．システムがスリープモードにあるときは，電力の消費がないものとする．

3 期待消費電力

定常状態における単位時間当たりの期待消費電力を定式化し，それを最小にする最適な自動スリープ時間 t_0^* を求めることを考える．期待消費電力を定式化するために，残存寿命 (residual life) γ_t とその確率分布関数 $H(x \mid t) = \Pr\{\gamma_t \leq x \mid t\}$ を定

義する．ここで γ_t は，時刻 t から次のアクセス要求が発生するまでの時間を表す．γ_t の確率分布関数および期待値は，再生関数 $M(t)=\sum_{n=1}^{\infty}F^{(n)}(t)$ を用いて，

$$H(x \mid t) \;=\; F(t+x)-\int_0^t \overline{F}(t+x-y)dM(y), \quad (1)$$

$$\mathrm{E}[\gamma_t]=(1+M(t))/\lambda-t \quad (2)$$

のように表される．ここで，$F^{(n)}(t)$ は確率分布関数 $F(t)$ の n 重畳み込みであり，$\overline{F}(\cdot)=1-F(\cdot)$ とする．

コンピュータシステムの起動開始時点から次の起動開始時点までの期間を1サイクルとすると，1サイクルの期待時間は

$$\begin{aligned} T(t_0) \;=\;& s+\tau+1/\mu+\int_0^{\infty}\mathrm{E}[\gamma_{s+\tau+x}]dG(x) \\ &+\mathrm{E}[N]\left\{\tau+1/\mu+\int_0^{\infty}\mathrm{E}[\gamma_{\tau+x}]dG(x)\right\} \quad (3)\end{aligned}$$

となる．ここで，N は1サイクル中に待機状態から起動状態へ移行する回数を表す確率変数であり，

$$\mathrm{E}[N]=\frac{\int_0^{\infty}H(t_0 \mid s+\tau+x)dG(x)}{\int_0^{\infty}\overline{H}(t_0 \mid \tau+x)dG(x)} \quad (4)$$

である．同様にして，1サイクル中に生じる総期待消費電力を $C(t_0)$ とすれば，

$$\begin{aligned} C(t_0) \;=\;& P_2 s+P_1(\tau+1/\mu) \\ &+P_1\int_0^{\infty}\mathrm{E}[\gamma_{s+\tau+x}\wedge t_0]dG(x) \\ &+\mathrm{E}[N]\Big\{P_1(\tau+1/\mu) \\ &+P_1\int_0^{\infty}\mathrm{E}[\gamma_{\tau+x}\wedge t_0]dG(x)\Big\} \quad (5)\end{aligned}$$

となる．ここで，$\mathrm{E}[\gamma_t\wedge t_0]=\mathrm{E}[\min(\gamma_t,t_0)]=\int_0^{t_0}udH(u \mid t)+t_0\overline{H}(t_0 \mid t)$ である．定常状態における単位時間当たりの期待消費電力 $V(t_0)$ は，よく知られた再生報酬定理を用いて，

$$\begin{aligned} V(t_0) \;&=\; \lim_{t\to\infty}\frac{\mathrm{E}[(0,t]\text{ における総消費電力}]}{t} \\ &=\; C(t_0)/T(t_0) \quad (6)\end{aligned}$$

となる．これより，問題は

$$\min_{0\le t_0<\infty} V(t_0) \quad (7)$$

によって定式化される．

4 位相型近似

一般の再生過程に対して残存寿命分布 $H(x \mid t)$ を求めるためには，再生関数 $M(t)$ を特定する必要がある．しかしながら，特別な場合を除いて再生関数を解析的に陽に表現することは困難である．そこで，アクセス要求の発生時間間隔を連続時間マルコフ連鎖においてある状態に吸収されるまでの時間とみなすことにより，近似的に定常状態における単位時間当たりの期待消費電力を導出する．このとき，アクセス要求の発生時間間隔として次のような位相型分布 (phase-type distribution) を仮定する．

$$F(t)=1-\boldsymbol{\alpha}\exp(\boldsymbol{T}t)\boldsymbol{e}. \quad (8)$$

ここで，$\boldsymbol{\alpha}$ は $\xi\ (>0)$ の長さをもつ確率ベクトル，$\boldsymbol{e}$ は全ての要素が1である長さ ξ の列ベクトル，$\boldsymbol{T}$ は対角要素は負で非対角要素は正であるような $\xi\times\xi$ 行列であり，$\boldsymbol{Te}$ の各要素は非正であるとする．位相型分布は行列 $\boldsymbol{T}$ とベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ の選び方によって，k 次アーラン分布や超指数分布を表現することが可能であることが知られている．

上述の位相型分布を適用すると，再生関数と残存寿命分布は以下のように求められる．

$$M(t) \;=\; \frac{t+\boldsymbol{\alpha}\{\boldsymbol{I}-\exp(\boldsymbol{Q}^*t)\}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{e}}, \quad (9)$$

$$H(x \mid t) \;=\; 1-\boldsymbol{\alpha}\exp(\boldsymbol{Q}^*t)\exp(\boldsymbol{T}x)\boldsymbol{e}. \quad (10)$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は単位行列，$\boldsymbol{Q}^*=\boldsymbol{T}-\boldsymbol{Te\alpha}$ である．式 (10) を用いることにより，期待消費電力の導出が原理的に可能であるが，実際に自動スリープ機能を設計する場合には，行列 $\boldsymbol{T}$ と初期確率ベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ を決定した上で，それらのパラメータの推定を行う必要がある．そこで，以下では Cox 型分布 [3] を適用した場合の $\boldsymbol{T}$ と $\boldsymbol{\alpha}$ を示す．

$$\boldsymbol{T} \;=\; \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ \lambda_2 & -\lambda_2 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\alpha} \;=\; (1-a,a). \quad (12)$$

ここで，パラメータ λ_1,λ_2 および a は以下のように推定される．

$$\lambda_1 \;=\; \frac{3m_1m_2-m_3-\sqrt{m_3^2+18m_2^3+D}}{3m_2^2-2m_1m_3}, \quad (13)$$

$$\lambda_2 \;=\; \frac{2(m_1\lambda_1-1)}{m_2\lambda_1-2m_1}, \quad (14)$$

$$a \;=\; \frac{\lambda_2}{\lambda_1}(m_1\lambda-1), \quad (15)$$

$$D \;=\; 24m_1^3m_3-9m_1m_2(3m_1m_2+2m_3). \quad (16)$$

参考文献

[1] Hirakoshi, H., Sandoh, H. and Kawai, H.: An optimal time to sleep for an auto-sleep system, *Computers & Ope. Res.*, vol. 23, no. 3, pp. 221–227 (1996).

[2] 岡村寛之, 土肥正, 尾崎俊治: コンピュータシステムの自動スリープ機能における省電力効果 I — 再生過程によるモデル化, 情報処理学会論文誌, vol. 39, no. 6, pp. 1858–1869 (1998).

[3] Heijden, M. C.: On the three-moment approximation of a general distribution by a Coxian distribution, *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, vol. 2, pp. 257–261 (1988).