閉鎖型離散事象システムにおけるサイクル時間の評価

名古屋工業大学　生産システム工学科
01403803 中出康一 NAKADE Koichi

1　はじめに

離散事象システムは，生産システムなどを定式化する際によく用いられている．モデル化した際の評価規範として，製品の完成時間間隔といったある事象の平均生起時間間隔（サイクル時間）を求めることが多い．しかしながら，実際にはそのようなサイクル時間を理論的に求めることは困難である．本報告では，このような一般分布に従う要素時間をもつ閉鎖型直列ラインにおけるサイクル時間の評価を行う．

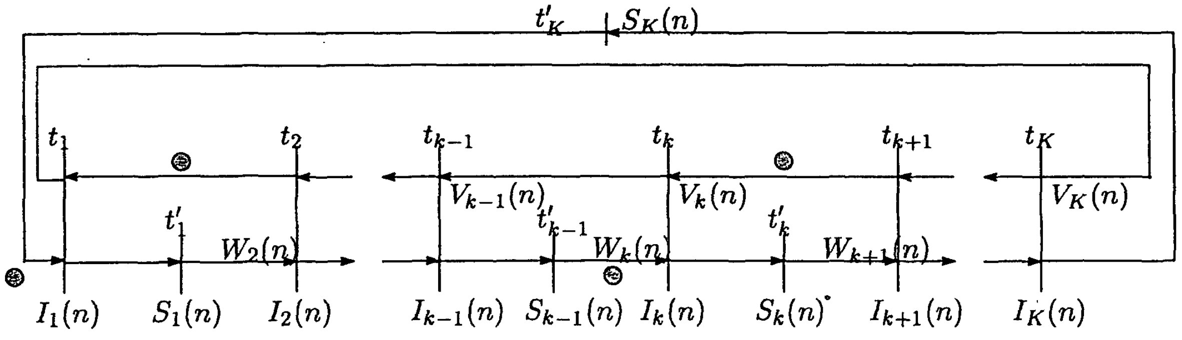
2　モデル

図のマークグラフで表現される閉鎖型離散事象システムを考察する．この図において，t_k,t'_k はマークグラフのトランジションを表す．図の● は初期マーキングを示し，各バッファが空きである（左向きのアーク上のトークン），あるいはシステム内のジョブが存在する（右向きのアーク上のトークン）のいずれか一方を示している．後者の総数 (J とする) がシステム内のジョブを意味する．

n 番目の t_k の要素時間が $I_k(n)$, t'_k の要素時間が $S_k(n)$ である．特に，$I_k(n)=0$ のとき，工程 k の加工時間が $S_k(n)$ である中間バッファのない生産ブロッキングをもつ閉鎖型直列型ラインを，$S_k(n)=0$ のとき工程 k の加工時間が $I_k(n)$ である中間バッファのない通信型ブロッキングをもつ閉鎖型直列型ラインをしめしている．

3　上限値

サイクル時間の上限値を求める方法として，同期システムを定め，そのサイクル時間の理論値を求める
ことが挙げられる．この場合，非同期システムと比べて同期システムは動作が単純なシステムとなるため，要素時間が一般分布に従う場合でも解析が可能となる．このような上限値をあたえる同期型システムが多数考えられる場合，確率順序などを用いることにより，それらの中で最小の上限値をあたえるシステムを見つけることで，対象としている元のシステムの良い上限値を求めることができる．



4 下限値

γを平均サイクル時間，すなわち各ステーションが1個処理を完了するのに必要な平均時間とする．

$C_k(n)$を$n-1$番目とn番目のトランジションt_kの事象生起時間間隔，$W_k(n)$をn番目のトランジションt_kにおけるブロッキングによる加工待ち時間，$V_k(n)$をn番目のトランジションt_kにおける製品待ちのためのアイドル時間とする(図)．

このとき，$k=1,2,\ldots,K-1$について

$$\begin{aligned} C_k(n) &= S_k(n-1)+W_{k+1}(n-1) \\ &\quad +I_{k+1}(n-1)+V_k(n)+I_k(n) \\ &= S_k(n-1)+[H_{k+1}(n-1)-X_{k+1}(n-1)]^+ \\ &\quad +I_{k+1}(n-1)+X_k(n)-H_k(n) \\ &\quad +[H_k(n)-X_k(n)]^+ + I_k(n), \end{aligned}$$

さらに

$$C_K(n)=S_K(n-1)+[H_1(n)-X_1(n)]^+$$
$$+I_1(n)+X_K(n)-H_K(n)$$
$$+[H_K(n)-X_K(n)]^+ + I_K(n)$$

が成り立つ．ここで

$$H_k(n)=I_{k+1}(n-1)-I_{k-1}(n)-S_{k-1}(n)$$

$$X_k(n)=V_{k-1}(n)-S_k(n-1)-W_{k+1}(n)$$

である．$H_k(n)$と$X_k(n)$が互いに独立であり，かつ$H_k(n)$は要素時間のみからなる，すなわち$H_k(n)$の分布は既知であることに注意する．

いま，$X_k(n)$が確率変数X_kに法則収束し，$E[C_k(n)]$がγ_{t_k}に収束するとすれば，次の式が成り立つ．

$$\gamma = s_k + E[[H_{k+1}-X_{k+1}]^+] + i_{k+1} + x_k$$
$$-h_k + E[[H_k - X_k]^+] + i_k, \quad k=1,\ldots,K-1$$

$$\gamma = s_K + E[[H_1-X_1]^+] + i_1 + x_K$$
$$-h_K + E[[H_K - X_K]^+] + i_K \qquad (1)$$

ここでH_kは$H_k(n)$と同じ分布にしたがうX_kと独立な確率変数であり，$h_k=E[H_k(n)], s_k=E[S_k(n)], i_k=E[I_k(n)], x_k=E[X_k(n)]$である．

閉鎖型ラインでは，システム内のジョブ数が一定数Jであることに注意すると，あるジョブがシステムを1周するとき，各トランジションはJ回生起することを考えれば，

$$\gamma=\frac{1}{J}\sum_{k=1}^{K}\{s_k+i_k+E[[H_k-X_k]^+]\} \qquad (2)$$

という式を得ることができる．

式(1),(2)において，X_kをx_kと書き換えて，x_kに関する連立非線形方程式と見なし，その解$\hat{x}_k$が求められたとする．

定理
$k=1,\ldots,K-1$について，

$$\gamma \geq s_k + E[H_{k+1}-\hat{x}_{k+1}]^+] + i_{k+1} + \hat{x}_k - h_k$$
$$+E[[H_k-\hat{x}_k]^+] + i_k$$

が成り立つ．

従って，連立非線形方程式の解を求めることができれば，サイクル時間の下限値を求めることが可能となる．