2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

3次元基準経路設定問題～安全な宇宙環境のために

01110110　東京工業大学　*小宮　享　KOMIYA Toru
01601360　東京工業大学　森　雅夫　MORI Masao

1. これまでの宇宙開発の経緯と本研究の目的

１９５７年に人類初の人工衛星が打ち上げられて以来、宇宙空間の開拓は急激な勢いで行われている。こうした急速な宇宙開発の過程で、私たちは、地球のすぐ外側の宇宙空間に大小様々な物体を投入してきた。これら投入された物体は、動力源の消耗や故障、打ち上げ失敗等のために、現在、その９５％が制御不能で漂流しており、本来の役割を果たしていない。こうした漂流物体(スペースデブリ)は高速度で飛行し、また、長時間同一周回軌道上に位置し続けるために、現在および将来の宇宙開発での安全上の障害となることが最近認識され始めている[1]。これら漂流物体に対して、観測・回収・撃墜等の作業を行うための、宇宙機が現在開発されている[5]。本研究は、こうした作業を行う際に、宇宙機が効率よく漂流物体を発見するための基準経路を構築する方法を提案し、数値例によりその有効性を示すものである。

2. 監視経路設定問題と３次元基準経路設定問題の定式化

船舶の航路保全や不審船舶の早期発見／対処を目的とした航空機による海上監視活動において、基準となる飛行経路を構築する方法が、小宮らによって提案・検討されている[2],[3]。これらの方法では、海上(２次元平面)に存在する船舶密度を既知の情報とし、基準経路を構成する連続する線分の各端点を、船舶密度が大きな領域に移動させることで１回の運用あたりでの期待発見船舶数を極大化しようとするものである。宇宙機の運用を行う際に基準経路を決定するための情報環境が、２次元の場合と同様であることから、本研究では、監視基準経路を構築する方法を３次元に拡張して宇宙機の基準経路を構築する。目的関数は、２次元の場合と同様に、１運用期間あたりの期待発見漂流物数とする。決定すべき端点列を X とし、宇宙空間での漂流物の密度を $d(x,y,z)$ 、基準経路の沿って飛行する際の漂流物発見確率を $g(x,y,z)$ で表す。宇宙機の捜索センサは、進行方向を円錐状に捜索し、センサレンジを R とする。基準経路を構成する線分 $(x_i,y_i,z_i)-(x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1})(;i=1,\cdots,n)$ に沿って飛行する際、線分を軸とする半径 R の円筒領域 V_i 内でのみ発見事象が生起する。瞬間的な発見確率が逆３乗則に従い、漂流物は、進行方向に対し平行に入射してくると仮定する。線分経路からの漂流物までの横距離を l として、３次元空間における基準経路設定問題は、以下のように定式化される。

最大化
$$I(X)=\iiint_V d(x,y,z)g(x,y,z)\,dxdydz$$
$$\approx\sum_{i=1}^{n}\iiint_{V_i} d(x,y,z)g(l(x,y,z,x_i,y_i,z_i,x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1}))\,dxdydz$$

ただし
$$X=(x_1,y_1,z_1,\cdots,x_n,y_n,z_n)\equiv(X_1,\cdots,X_n)\in\mathbb{R}^{3n}$$
$$d(x,y,z)=\sum_{j=1}^{m}h_j(x,y,z)\qquad\left(h_j(x,y,z)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z}e^{-\frac{1}{2}[(\frac{x-\alpha_j}{\sigma_x})^2+(\frac{y-\beta_j}{\sigma_y})^2+(\frac{z-\gamma_j}{\sigma_z})^2]}\right)$$

$((\alpha_j,\beta_j,\gamma_j)$　;　対応時点の漂流物の予想位置の (x,y,z) 座標)

$(j=1,\cdots,m$　;　m は対応対象の予想漂流物数)

$$g(l(x,y,z,x_i,y_i,z_i,x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1}))=1-\exp\left(-k\cdot\frac{\sqrt{R^2-l^2}}{Rl^2}\right)\qquad(0<l\leq R;k\text{ は正定数})$$

$$l(x,y,z,x_i,y_i,z_i,x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1})=\sqrt{\frac{(x_{21}y_{10}-y_{21}x_{10})^2+(y_{21}z_{10}-z_{21}y_{10})^2+(z_{21}x_{10}-x_{21}z_{10})^2}{x_{21}^2+y_{21}^2+z_{21}^2}}$$

(上式においては $x_{21}=x_{i+1}-x_i, y_{10}=y_i-y$ 等(他の変数も同様)と簡略表現している。)

$(i=1,\cdots,n$　;　n は基準経路を構成する端点の数)

3. ３次元基準経路設定問題の解法

基本的な計算方法は、参考文献[2],[3]と同様のNewton法による。

[目的関数値の計算]

領域 V_i を中心軸に垂直に幅 h ごとに分割し、複数個の高さ h の小円柱に分割する。分割された円柱の上下の、軸に垂直な半径 R の円盤面内で目的関数を数値積分した値を $S_u,S_{u+1}(u=1,\cdots,v-1)$ とする。(S_1 は点 X_i を中心とする円盤内の値であり、 S_v は点 X_{i+1} を中心とする円盤内の値とする。)このとき、円筒状領域 V_i を分割

した S_u面と S_{u+1} 面に挟まれた部分円筒の目的関数値 OB_u は、円錐台の体積公式により

$$OB_u = \left(S_u + \sqrt{S_u S_{u+1}} + S_{u+1}\right) \times h/3$$

で求める。 V_i 全体での目的関数値は、以下により求められる。

$$\iiint_{V_i} d(x,y,z)g(l(x,y,z,x_i,y_i,z_i,x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1}))\,dxdydz = \sum_{u=1}^{v-1} OB_u$$

[偏導関数値の計算]

3次元空間での Leibnitz の公式を適用するために、連続する各円筒状領域 V_i を、それぞれ直方体領域 W_i に変換する。さらに、目的関数値を求めた場合と同様に、各直方体を軸に垂直な平面で切断し、小角柱ごとに偏導関数値を求め、それら小角柱ごとの値を合計することで各 W_i に関する偏導関数値を得る。

4. 数値実験

半径 36000 の円軌道付近で各軸方向の位置誤差 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 6500$ で揺らいでいる 50 個、100 個の漂流物 (下図は 100 個の例 ; □で表示) を考える。これらの物体を発見し接近するための宇宙機は捜索センサレンジ $R = 5000$ の捜索能力を有するとする。さらに、発見確率パラメータ $k = 50000$ とした。図のような 12 端点 (◇, 点線で表示) で構成される閉軌道を初期経路として与える。[3] の端点の移動可能領域を制限した Newton 法による移動経路の端点を＊, 実線で示す。

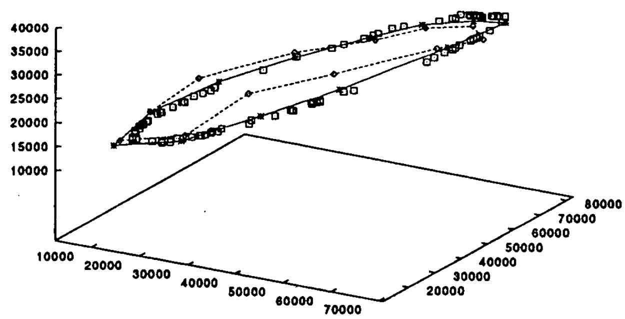

図 1　移動可能域を制限した Newton 法により端点が変化する様子 (漂流物数＝100)

表 1: 端点移動可能領域を線分 Voronoi 領域に制限する Newton 法での結果

	発見漂流物数		計算時間
	当初	3反復終了時	／回　(秒)
50 デブリ	2.82	4.38	1.02
100 デブリ	5.36	8.93	2.83

5. まとめ

3次元空間での基準経路を設定する問題でも、2次元の場合と同様に、初期経路を構成する端点が、近傍の漂流物位置に近接する振る舞いをし、かつ、期待発見漂流物数も増加していることから、今回の3次元への拡張が有効であることがうかがえる。計算時間に関しては、2次元の場合の計算例と同程度の時間で実行されている。

参考文献

[1] 平林祐子訳: 宇宙汚染 (ほるぷ出版,1992)(原著 J.Donnelly and S.Kramer, Space Junk (Wayfarer Press, New York, 1990)).

[2] 小宮享、森雅夫: 海上監視活動における経路設定問題. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 41 (1998) 455-468.

[3] 小宮享, 森雅夫: 経路設定問題における対象船舶分割による局所解について. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 42 (1999) 352-366.

[4] スミルノフ, 彌永昌吉他共訳: 高等数学教程 3(2 巻第 1 分冊) (共立出版,1959).

[5] 八坂哲雄: 宇宙のゴミ問題ースペース・デブリー (裳華房,1997).