位相構造を保持する時間地図

01108452　東北芸術工科大学　＊古藤　浩　KOTOH　Hiroshi

1．はじめに

地域の交通インフラの状況を視覚化する道具として、しばしば時間地図が利用される。時間地図とは時間距離による都市の位置関係を表した図の総称である。時間地図の最も単純なものは1都市対多都市の関係を、時間距離の長さの直線で結んだものである。また、より汎用的に多数の地点間の位置関係を把握するためのデータ図化技術として「多次元尺度構成法」が考案されている。それは、できる限り誤差を小さくして都市の位置関係を表す方法である。

本研究ではユーラシア大陸の鉄道網データによって多次元尺度構成法による時間地図を示し、さらにその問題点、そして解決案としての時間地図を提示する。対象地域は図1に示され、都市数は72で各国首都、主要都市を選んだ。ただし、主要都市の基準は人口など都市規模に関するものだけでなく、広域的な視点の中で地方拠点と位置づけうる都市とした。

2．多次元尺度構成法による時間地図

多数の都市間の時間地図を作ろうとすると、通常平面には納まらないので、近似手法によって納める方法が考えられてきた。多次元にあふれてしまう情報を限られた次元の中に表現する方法なので、多次元尺度構成法と呼ばれている。

それにはいくつかの方法が提案されているが、ここでは最小2乗法に基づく多次元尺度構成法を使い、それは以下のように定式化できる。

$$\min S=\sum_{i<j}^{n}(t_{ij}-d_{ij})^2$$

$$d_{ij}=\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}$$

t_{ij}　：点i,j間の距離、

d_{ij}　：点i,j間の時間地図上の距離、

(x_i, y_i)：点iの時間地図上の座標（i=1,2,…,n.）

この問題は非線形計画問題なので、ここでは準ニュートン法を用いて計算を行った（茨木、福島(1991)を利用）。

以上によって都市の位置を決定すると図2となる。ここから所要時間が最も長いのはイスタンブール－バンコク間（正確にはアンカラーシンガポール間）と一目で理解できる。またベルリン及びモスクワの交通利便性が高いことは、これらの都市の位置がより内側になったことから確認できる。一方、中国はそれなりに鉄道網が整備され、まとまった地域となっていることもわかった。

3．位相構造を保持する時間地図の考察

3．1　多次元尺度構成法の問題

図2は時間地図としてそれなりに有用と考えられるが、しばしば、位相構造が崩れていることが問題となる。例えば図2ではテヘランからマシュハドへの鉄道線とモスクワからロストフへの鉄道線が交わっている

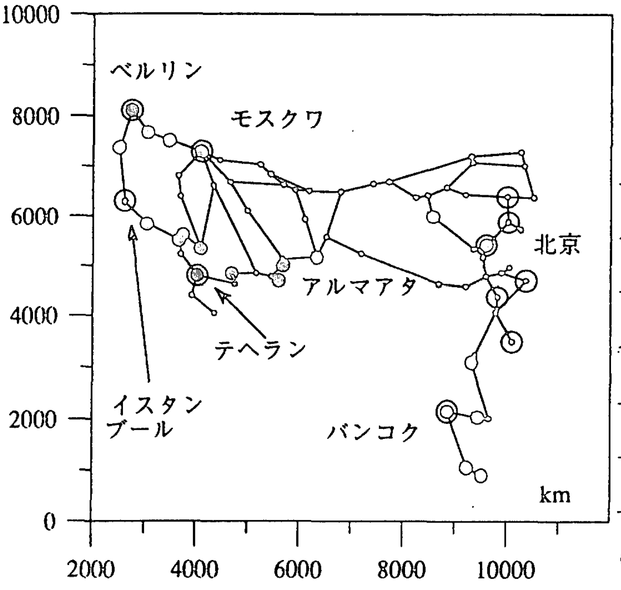


図1　対象地域図

凡例（図1，図2共通）
○：大都市　　○：首都
・：その他の都市　　－：鉄道線の存在を示す

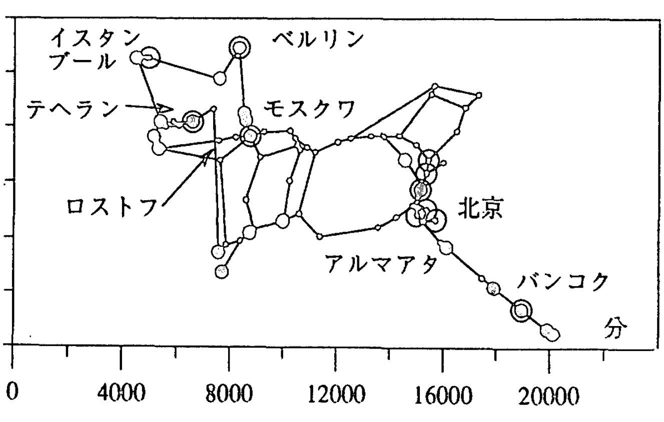


図2　多次元尺度構成法による時間地図

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

が、図1でわかる通り、地理的には交わってはいない。このような交差は都市の位置や路線に関する誤解の元となるので、位相を保持して時間地図を作る方法が清水(1992)などで考えられている。

清水(1992)ではアフィン変換、射影変換、2次アフィン変換(注)などを使って時間地図を作り比較分析をしている。それによると、射影変換によって、ある程度の精度の時間地図は作製可能だが、誤差はかなり大きくなる。また2次や3次のアフィン変換によって誤差の小さい時間地図ができるが、これらは位相の保持は保証されず、実際に作らないと、同相の地図となるかわからない。

本研究では射影変換に、三角関数を利用した位相写像を加えた方法による時間地図を提案する。

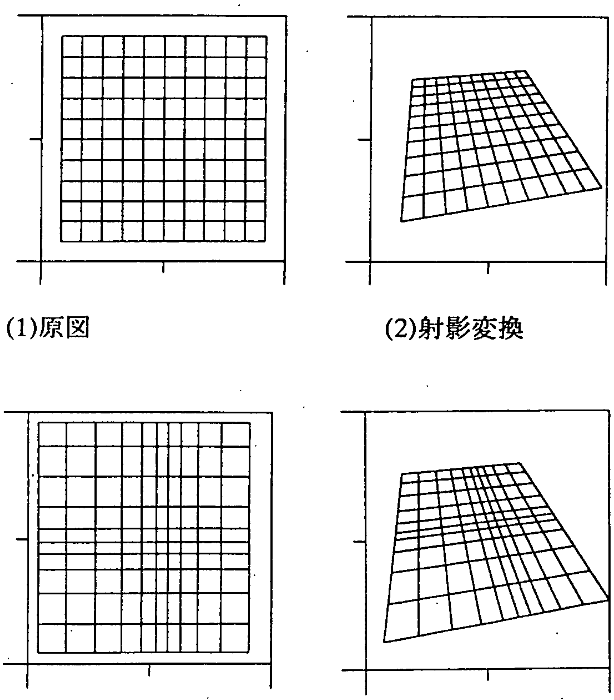
3．2　射影変換と位相写像

まず、射影変換が座標(x,y)を(X_1,Y_1)に写すとすると、それは

$$X_1=\frac{a_1x+a_2y+a_3}{a_7x+a_8y+a_9},\qquad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}\neq 0$$

$$Y_1=\frac{a_4x+a_5y+a_6}{a_7x+a_8y+a_9},$$

と与えられ、図3(1)が元の地図ならば図3(2)のように変換される。射影変換は平面上の図形を、一般には平行でない平面上に射影した変換であり、直線を直線に移し、線分の複比を保持する性質を持つ。



(1)原図　(2)射影変換

(3)位相写像による変換　(4)合成変換

図3　射影変換と位相写像による変換・合成変換

実際には地域によって鉄道網の整備状況が異なり、射影変換が効果的であるような、全体としての傾向がはっきりしている場合は少ないと考えられる。そこで位相写像による変換を考える。位相写像とは集合Mから集合Nへの1対1の連続な写像があるとき、その逆もまた連続になる写像である。縦軸、横軸それぞれの値について位相写像を行えば、図3(3)に見るように位相構造は崩れない。

単調増加関数による写像は位相写像となる。関数の選び方は無数にあるが、ここでは三角関数を利用した写像を提案する。座標(x,y)を(X_2,Y_2)に写すとすると写像に用いる関数の微分が常に正であれば位相写像となるので、導関数として

$$\frac{\mathrm{d}X_2(x)}{\mathrm{d}x}=p_1\left(p_2+\sin\left(p_3(x-p_4)\right)\right),$$

$$\frac{\mathrm{d}Y_2(y)}{\mathrm{d}y}=q_1\left(q_2+\sin\left(q_3(y-q_4)\right)\right).\quad 但し\ p_2,q_2>0.5$$

を与える。これを積分すれば関数は

$$X_2=p_1\left(p_2+\frac{1}{p_3}\cos\left(p_3(x-p_4)\right)\right)+p_5,$$

$$Y_2=q_1\left(q_2+\frac{1}{q_3}\cos\left(q_3(y-q_4)\right)\right)+q_5.$$

となる。この関数による写像は同相写像になり、また一般に直線は曲線に変換される。縦軸、横軸の値にこの写像を施した例が図3(3)であり、射影変換で全体の傾向が、位相写像によって時間距離が近しい関係にある地域を表すことができる。

以上二つの写像を施す順で結果は異なるが、最初に位相写像を施し、次に射影変換を施した結果が図3(4)である。本研究の方法は同相写像であり、また地域的な偏りにも対応できるので効果的な方法といえよう。但し、三角関数を利用した本研究での関数も十分とはいえないので、更に考えていきたい。

最後にユーラシア大陸鉄道網のデータをくださった慶應大学の栗田治先生に感謝いたします。

注：清水(1991)では、座標(x,y)を(X,Y)に写す変換、

$$X=a_1(x-a_2)^n+a_3(y-a_4)^n,$$

$$Y=a_5(x-a_6)^n+a_7(y-a_8)^n,$$

をn次のアフィン変換と定義して研究している。

参考文献

1)栗田治、小池聖一郎(1999):ユーラシア鉄道網の特性分析. インフラストラクチャー問題に関する基礎研究. 1998年度中間報告.

2)茨木俊秀，福島雅夫(1991):FORTRAN 77 最適化プログラミング. 岩波書店.

3)清水英範(1992)：時間地図の作成手法と応用可能性. 土木計画学研究論文集, No.10. pp.15－29.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.