AHPの幾何平均法はどの程度使えるか

01600040 文教大学情報学部 真鍋龍太郎 MANABE Ryutaro
manabe@shonan.bunkyo.ac.jp

AHP を使うときに一対比較行列から各要素のウエイトを求めるには固有ベクトル法を用いるが，表計算ソフトを利用するときなどでは幾何平均法を使うことが多い．整合度が悪かったり n＞3では使うべきではないという注意はあるものの，簡便法として利用することが多いので，どこまで危ないか，使えるか若干の数値実験を試みた．

ねらい： AHP を使うときに一対比較行列から幾何平均法で求めるウエイトは対数最小二乗法の解になっている．これはウエイトを求める簡便な近似法としてよく利用される．一対比較行列の大きさ$n=3$ のときには固有ベクトル法のウエイトと一致するが，整合度の悪い行列や$n>3$ のときには要素の順位が異なるウエイトが出てしまうので使うべきではないと Saaty［1］は警告している．また整合度の計算ができないともいわれているが，刀根［2］が最大固有値と整合度を近似的に計算する方法を示している．しかし，表計算ソフトの上で AHP の計算をするときは使わざるをえない．そこで，どの程度の整合度やnの大きさまでなら使えそうかを，ランダムに一対比較行列を作って調べてみた．

ランダムな行列： 対角要素はすべて 1 とする．$i<j$の各非対角要素 a_{ij}に 2 つの乱数を発生させる．第1の乱数は［0, 1］の一様乱数，第2の乱数は［1, 9］の整数の一様乱数である．第1の乱数が 0.5 以下なら $a_{ij}\geqq 1$ として，第2乱数を a_{ij}の値にし，$a_{ji}=1/a_{ij}$とする．第1の乱数が 0.5 を越えたら第2の乱数を a_{ji}の値とし，$a_{ij}=1/a_{ji}$とする．こうしてサイズ$n=5$，7，10 の一対比較行列をランダムに作った．

ただ，こうして作った行列の整合度を[2]の方法すると整合度はかなり悪いものもある．整合度がわるいときは，ねまわしくんのなかの整合度改善のサジェスチョンに従って改善して，整合度を 0.3 前後，0.1 前後にまで要素を修正した．これらの行列について，幾何平均法とねまわしくん[3, p79]を使った固有ベクトル法でウエイトと整合度を計算して，比較する．

結果図示： 要素の数が$n=5$，7，10 の場合の幾何平均法によるウエイトと順位が固有ベクトル法によるものとどのくらい違うかを図1に示す．各行列の整合度 C.I.と，固有ベクトル法と順位が一致した要素の数を下の表の記号で示している．

	○	△	×
5 x 5	5	4	5−6
7 x 7	7	5−6	3−4
10x10	10	8−9	7−

この図を見るとnが小さいほど，C.I.が小さいほど順位が合致していることが分かる．

さらに近似法と固有ベクトル法での順位の違いの様子を，$n=10$ の1例で図2に示す．当然のことながらウエイトが近い要素ほど順位が違ってくる．これはウエイトを計算してみて始めて分かることで，利用の指針にはならない．

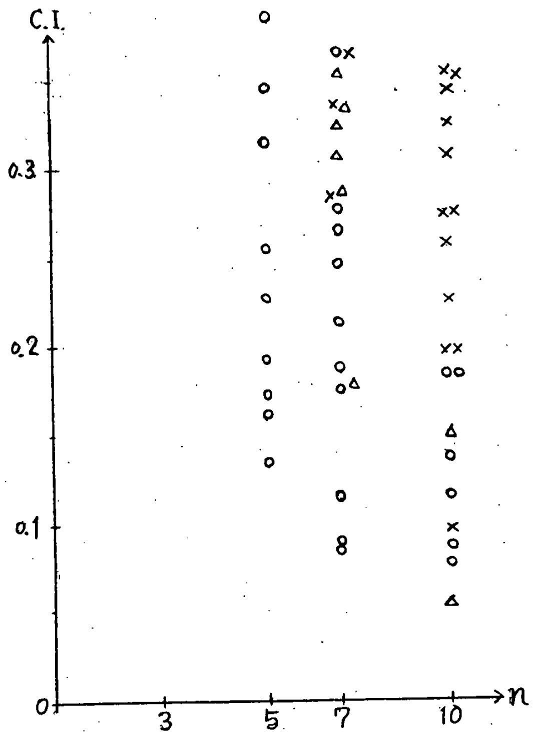

図1

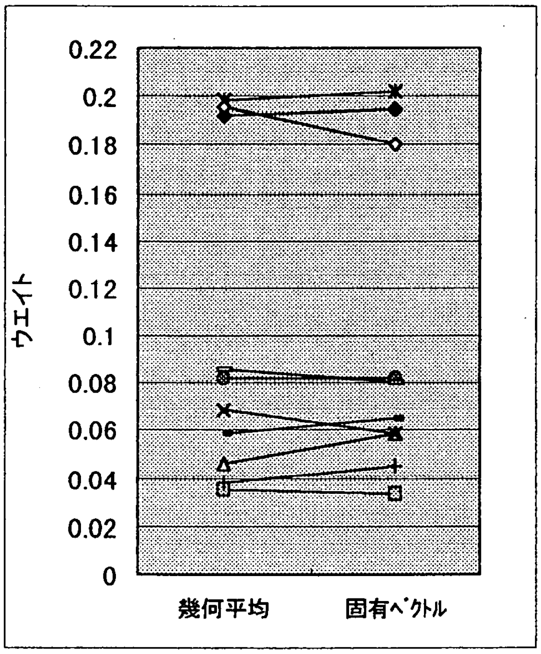

図2

結論： この程度の実験のではおこがましいが，幾何平均法は，$n=5$ までは安心して使える．7ではデータが少ないが C.I.が 0.15 程度以下では使える．10 になると 0.1 以下でないと心配だがそれでも順位が逆転することがあり得る．と仮に結論できる程度で，さらに実験と検討が要る．

この計算はゼミ生の盛 真由美さんにしてもらいました．

参考文献：

[1] Saaty, T.L. : *Decision Making for Leaders*, RWS Publications, 1995, p.84.
[2] 刀根 薫：「ゲーム感覚意思決定法：AHP 入門」，日科技連出版，1986，pp.21-24.
[3] (株) 日本科学技術研修所：ねまわしくん，Ver. 3.0，1997.