2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

発信局２個の２段階転送コストを持つパスネットワークにおける最小コストのファイル転送方法について

岐阜大学大学院　工学研究科　電子情報工学専攻　　入会申請中　　服部　尚明　　HATTORI Naoaki
岐阜大学　工学部　応用情報学科　　01108953　　金子　美博　　KANEKO Yoshihiro

1．はじめに

ファイル複製ネットワークN上の最適なfile transferを求める問題とは，ある情報ファイルのコピーを，幾つかの点から各点に需要値分の部数だけ提供して，総コストが最小となるような複製・転送の方法を考えることである．この問題は転送コストが線形である場合と階段状である場合に大別されるが，いずれも一般的なNに対して，本問題はNP困難である[1]，[2]．

本稿では，階段状の転送コストを持つネットワークシステムを対象とする．グラフ構造がパスグラフであり，全ての点の需要値が１であり，転送コストが２段階であるようなNでは，この問題は多項式時間で解けることがわかっている．[3]　本稿は，そのようなNに対して，発信局が２箇所ある場合について，転送方向に制限のある最適なfile transferの構成方法について考える．

2．準備

点，枝，パス等，グラフ理論に関する用語は，文献[4]に依る．また，正整数の集合をZ^+で表し，$Z_0{}^+=Z^+\cup\{0\}$とする．

Nの内部を転送される情報は，ファイルの形で書かれ，そのようなファイルは情報伝達の抽象概念であり，記号Ｊで表される．Ｊのコピーが最初に，Nの外からv_1に与えられるものとする．Ｊは各点で容易にコピーでき，ＪのコピーとＪのコピーのコピーとの相違による問題はないものとする．点vに対して，$c_V(v)$は，vにおいてＪを１部コピーするコストを表し，$c_V(v)\in Z^+$とする．$d(v)$は，vにおいて必要なＪのコピーの部数を表す．枝eに対して，$c_f(e)$は，eを通ってＪのコピーを転送するコストを表し，後ほど定義する．以下では，このようなファイル複製ネットワーク$N=(V, B, c_V, d, c_f)$を単にNで表す．以下の定義は，特に断らない限り，N上のものとする．

発信局v_1に与えられたＪのコピーは，次のfile transferに従って，必要に応じてさらにコピーされた後，転送され，結果的に，各点vからNの外へ$d(v)$部のＪのコピーが取り出される．

［定義１］　Nにおいて，$\phi:V\to Z_0{}^+$である関数ϕ及び$f:B\to Z^+$である関数fが

$$\text{(C1)}\quad \begin{aligned} &\phi(v_1)=f(e_1)+d(v_1),\\ &f(e_{i-1})+\phi(v_i)=f(e_i)+d(v_i)\quad(1<i<n),\\ &f(e_{n-1})+\phi(v_n)=d(v_n), \end{aligned}$$

を満たすならば，(ϕ, f)をv_1からv_nへのfile transferと呼ぶ．B上の関数fに対して，非負整数関数c_fを

$$c_f(e)=\begin{cases} 0 & (f(e)=0),\\ C_1 & (0<f(e)\leqq \ell),\\ C_2 & (f(e)>\ell), \end{cases}$$

とする．ここで，$\ell\ (\in Z^+)$を転送境界数と呼ぶ．また，$0<C_1<C_2$である．

file transfer $D=(\phi, f)$のコスト$C(D)$を，

$$C(D)=\sum_{v\in V} c_V(v)\cdot\phi(v)+\sum_{e\in B} c_f(e),$$

とする．コストが最小のfile transferを最適と呼ぶ．□

file transfer (ϕ, f)において，$\phi(v)$は点vで作るＪのコピーの部数を表し，$f(e)$は枝eを通って転送されるＪのコピーの部数を表す．また，本稿では，$d:V\to\{1\}$とする．

点集合が$V_j=\{v_i \mid 1\leqq i\leqq j\}$，枝集合が$B_j=\{(v_i, v_{i+1}) \mid 1\leqq i\leqq j-1\}$である，Nの部分ネットワークを$N_j$とする．また，点集合が$\bar{V}_j=V/V_j$，枝集合が$\bar{B}_j=\{(v_n, v_{n-1}), (v_{n-1}, v_{n-2}), \cdots, (v_{j+2}, v_{j+1})\}$であるネットワークを$\bar{N}_j$とする．本稿では，２個の発信局を点$v_1$及び点$v_n$とする．$N_j$上の点$v_1$から点$v_j$への最適なfile transferを$D_j$とし，$\bar{N}_j$上の点$v_n$から点$v_{j+1}$への最適なfile transferを$\bar{D}_j$とする．ただし，$j=1, 2, \cdots, n-1$とする．$C(D_j)+C(\bar{D}_j)$　$(1\leqq j\leqq n-1)$が最小となるようなfile transferの組$(D_j, \bar{D}_j)$を，Nに対する最適なファイル転送方法と呼ぶ．本稿では，このようなファイル転送方法の求め方について考察する．

3．最適なfile transferの構成[3]

低位点は，最適なfile transferを考える上で，便利である．

［定義２］　発信局sから，点vまでのパス上の各点w（vを除く）に対して，$c_V(v)<c_V(w)$が成り立つならば，vを低位点という．□

以下のような補題が成り立つことが知られている．

［補題１］［3］　N_k並びにN_{k+1}上の最適なfile transferをそれぞれD及びD'とすると，

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$C(D')-C(D) \leqq c_V(v_k)+C_1$,
が成り立つ. □

[補題2] [3] N_k上の最適な file transfer からN_{k+1}上の最適な file transfer は, 更新操作及び, 必要に応じた前倒し操作によって$O(|V|)$で求められる. □

更新操作及び前倒し操作の定義は, 紙面の都合上省略する. 文献[3]を参照されたい.

[補題3] N上の最適な file transfer を求めるアルゴリズムの手間は, $O(|V|^2)$である. □

実際のアルゴリズムについては, [3]を参照されたい. また, 各点の添字の昇順に, 点コストが非減少である場合, 次の補題が成り立つ.

[補題4] [5] N上の各点が$c_V(v_1) \leqq c_V(v_2) \leqq \cdots \leqq c_V(v_n)$を満たすならば, $O(|V|)$で最適な file transfer が求められる. □

4. 最適なファイル転送

前節の補題より, 次の命題が成り立つ.

[命題1] 更新操作と前倒し操作で, N上の file transfer が, $O(|V|)$で求められるならば, 最適なファイル転送方法も$O(|V|)$で求められる.

(証明) N_{n-1}上の最適な file transfer を求める過程で, 各N_i $(1 \leqq i \leqq n-2)$上の最適な file transfer D_iが, 前倒しを含む更新操作によって副産物として求められる. 同様に, $\bar{N}_1$上の最適な file transfer $\bar{D}_1$を求める過程で, 各$\bar{N}_i$ $(n-1 \geqq i \geqq 2)$上の最適な file transfer $\bar{D}_i$も求められる. これら$2(n-1)$個の file transfer から, $C(D_i)+C(\bar{D}_i)$ $(1 \leqq i \leqq n-1)$を計算すればよい. □

さらに, 点コストが非減少である場合, 最適なファイル転送は容易に求められる.

[命題2] N上の各点が

$$c_V(v_1) \leqq c_V(v_2) \leqq \cdots \leqq c_V(v_n) \quad (1)$$

を満たすならば, $(D_{n-1}, \bar{D}_{n-1})$が最適なファイル転送方法である.

(証明) N_j上及びN_{j+1} $(1 \leqq j \leqq n-1)$上の最適な file transfer をそれぞれD_j及びD_{j+1}とすると, 補題1より,

$$C(D_{j+1})-C(D_j) \leqq c_V(v_j)+C_1 \quad (2)$$

が成り立つ. 一方, $\bar{N}$上では, v_n以外の全ての点が低位点となるため, 更新操作より,

$$C(\bar{D}_{j+1})-C(\bar{D}_j)=c_V(v_{j+1})+C_1 \quad (3)$$

が成り立つ. ここで, 式(1)~(3)より,

$$C(D_j)+C(\bar{D}_j) \geqq C(D_{j+1})+C(\bar{D}_{j+1})$$

となり, 題意が成り立つ. □

5. 数値例

特に断りがなければ, 以下の図では, 点vの上側の数値は, その点でのコストを表し, 点vの下側の数値は, $\phi(v)$を表し, 枝e付近の数値は, $f(e)$を表すものとする.

例として, 図1のようなネットワークN_6を考える. N_6では, $l=2$, $C_1=2$及び$C_2=5$である.

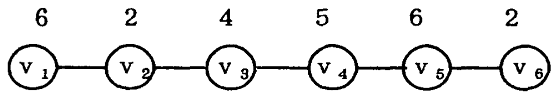

図1. ファイル複製ネットワークN_6

N_6上の最適なファイル転送は, $(D_5, \bar{D}_5)$であり, 図2のようになり, コストは27である.

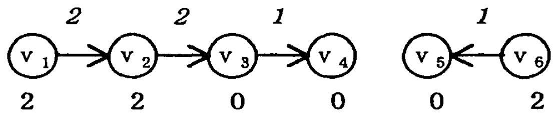

図2. N_6上の最適な file transfer(ϕ, f)

しかしながら, 双方向のファイル転送を認めると, 図3のような file transfer がある. このときのコストは, 26となる.

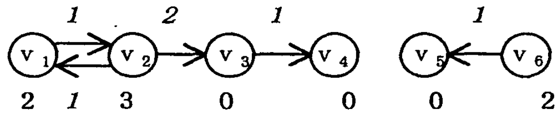

図3. N_6上での双方向のファイル転送を考慮した場合

6. むすびと今後の課題

本稿では, 2段階転送コストを持つパスネットワークにおける, 最小コストのファイルの複製・転送方法について考えた. 今後, 双方向のファイル転送を認めた場合, どのような転送方法が最適になるか等, 考察する.

参考文献

[1] Y. Kaneko & S. Shinoda, "The complexity of an optimal file transfer problem," IEICE. Trans. E82-A, 394-397, Feb. 1999.
[2] Y. Kaneko & Y. Shichiri, "On synthesizing a file economical scheduling on a filetransmission net with step arc cost," Congressus Numerantium 144, 161-166 (1996).
[3] 金子, "2段階転送コストを持つ, パス構造ネットワークでの最適な file transfer の構成について(II)," 信学技報 CAS99-82 (1999-11).
[4] 伊理, 白川, 梶谷, 篠田: 演習グラフ理論, コロナ社 (1983).
[5] Y. Kaneko, "On an Optimal File Transfer on Path Graph with Step Arc Cost," The 30th South Eastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory and Computing (1999. 3).

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.