移動体通信契約における最適料金設定モデル −独占市場の場合−

02602084　流通科学大学大学院　＊　村原 朱美　MURAHARA Akemi
01204194　流通科学大学情報学部　三道 弘明　SANDOH Hiroaki

1. 緒言

近年，通信自由化と技術革新により移動体通信が急速に普及しており，各プロバイダは顧客の利用状況に合わせた多様なプランを提供し，顧客獲得に努めている．本研究では，保守サービス契約に関するMurthy and Asgharizadeh [1]，Sandoh and Rinsaka [2] 等の研究と同様の観点から，移動体通信契約での適切な料金設定方法の確立に貢献することを意図したモデルを提案する．

2. 仮定と定義

ここでは，顧客とプロバイダの双方が独占である市場を仮定し，移動体通信のプロバイダが，以下の2プランを顧客に提供するという状況を考える．

プラン P_1　月額基本料金 C_f を支払うことで，各期間につき τ 時間の無料通話サービスを受けることができる．但し，τ 時間を超えた通話に対する単位時間当たりの通話料金を c_1 とする．

プラン P_2　月額基本料金 C_s と通話時間に応じた通話料金を支払うことでサービスを受けることができる．但し，単位時間当たりの通話料金は c_2 とする．

なお，プロバイダの料金設定が高く，以下に示す顧客の期待効用が負となる場合には，顧客は契約を提携しないこととする．これをプラン P_0 と呼ぶ．

さらに，顧客による単位期間当たりの通話時間を表す確率変数を $X_i (i=1,2,\cdots)$ とし，X_i は平均 $1/\mu$ の指数分布に従うと仮定する．但し，$X_0=0$ と定義する．さらに，契約期間を表す確率変数を T とし，これは幾何分布に従うこととする．なお，$T \gg 1/\mu$ とする．

3. 顧客の期待効用

顧客がプラン P_1 を選択する場合の総利益は，顧客が移動体通信を利用することによる単位期間当たりの利益を R，契約事務手数料を A，端末価格を M とすると

$$\omega(P_1) = RT - A - M - C_f T - c_1 \sum_{i=0}^{T} \max(0, X_i - \tau), \quad (1)$$

と与えられる．一方，顧客がプラン P_2 を選択する場合の総利益は次式で与えられる．

$$\omega(P_2) = RT - A - M - C_s T - c_2 \sum_{i=0}^{T} X_i. \quad (2)$$

さらに，顧客がプラン P_0 を選択する場合，すなわち，契約を提携しない場合の総利益は $\omega(P_0)=0$ となる．

本研究では，絶対的危険回避度一定の効用関数として

$$U(\omega) = \begin{cases} \frac{1-e^{-\alpha\omega}}{\alpha} & \alpha > 0, \\ \omega & \alpha = 0, \end{cases} \quad (3)$$

を用いる．ここで，絶対的危険回避度は α である．

以上のことから，顧客がプラン P_1 を選択した場合の期待効用として

$$E[U(P_1; C_f, C_s)] \quad (4)$$
$$= \begin{cases} \frac{1}{\alpha}\left[1 - \frac{q e^{\alpha(A+M)}}{1-(1-q)e^{-\alpha(R-C_f)}\left(1+\frac{\alpha c_1}{\mu-\alpha c_1}e^{-\mu\tau}\right)}\right], & \alpha > 0, \\ \frac{1}{q}\left(R - C_f - \frac{c_1}{\mu}e^{-\mu\tau}\right)(1-q) - A - M, & \alpha = 0, \end{cases}$$

が得られる．但し，$\mu - \alpha c_1 > 0$ が成立することとし，q は解約率である．

さらに，顧客がプラン P_2 を選択するとき，期待効用は

$$E[U(P_2; C_f, C_s)] \quad (5)$$
$$= \begin{cases} \frac{1}{\alpha}\left[1 - \frac{q e^{\alpha(A+M)}}{1-(1-q)e^{-\alpha(R-C_s)}\left(1+\frac{\mu}{\mu-\alpha c_2}\right)}\right], & \alpha > 0, \\ \frac{1}{q}\left(R - C_s - \frac{c_2}{\mu}\right)(1-q) - A - M, & \alpha = 0, \end{cases}$$

となる．但し，$\mu - \alpha c_2 > 0$ とする．

以上に示したプラン P_1，P_2 の下での期待効用が負となる場合，顧客は契約を提携しない．このとき，顧客の期待効用は，α に関係なく $E[U(P_0; C_f, C_s)] = 0$ となる．

4. プロバイダの期待利益

本章では，プロバイダの期待利益を導出する．

顧客がプラン P_1 を選択する場合，プロバイダの総利益は次式で与えられる．

$$\pi(C_f, C_s; P_1) = A + C_f T + c_1 \sum_{i=0}^{T} \max(0, X_i - \tau) - d - \sum_{i=0}^{T}(S_i + bX_i). \quad (6)$$

但し，単位顧客当たりの契約事務費用を d，単位顧客当たりの i 期におけるプロバイダの固定サービス費用を S_i，単位時間当たりの通話サービス費用を b とする．ここで，$E[S_i]=S$ とすると，プロバイダの期待利益は

$$E[\pi(C_f, C_s; P_1)] \quad (7)$$
$$= A - d + \frac{1-q}{q}\left(C_f - S + \frac{c_1 e^{-\mu\tau} - b}{\mu}\right),$$

となる．

これに対して，顧客がプラン P_2 を選択する場合，プロバイダの総利益は次式で与えられる．

$$\pi(C_f, C_s; P_2) \quad (8)$$
$$= A + C_s T + c_2 \sum_{i=0}^{T} X_i - d - \sum_{i=0}^{T}(S_i + bX_i).$$

したがって，プロバイダの期待利益として

$$E[\pi(C_f, C_s; P_2)] \tag{9}$$
$$= \quad A - d + \frac{1-q}{q}\left(C_s - S + \frac{c_2 - b}{\mu}\right),$$

が得られる．

さらに，顧客がプラン P_0 を選択する場合，プロバイダの期待利益は $E[\pi(C_f, C_s; P_0)] = 0$ となる．

5. 最適政策

以上では，顧客の期待効用及びプロバイダの期待利益を定式化した．ここで，両者の利益構造及びパラメータ値が共有知識であるとすると，各々の最適行動は，Stackelbergゲーム [3] の解として与えられる．以下では，初めに顧客の最適政策を考える．

5.1 顧客の最適政策

$E[U(P_1; C_f, C_s)] = E[U(P_2; C_f, C_s)]$ とし，これを C_f に関して解くと，無差別曲線として

$$C_f = \begin{cases} C_s + \frac{1}{\alpha}\left[\ln \frac{\mu}{\mu - \alpha c_2} - \ln\left(1 + \frac{\alpha c_1}{\mu - \alpha c_1} e^{-\mu\tau}\right)\right], & \alpha > 0, \\ C_s + \frac{c_2 - c_1 e^{-\mu\tau}}{\mu}, & \alpha = 0, \end{cases} \tag{10}$$

が得られる．式 (10) の右辺を $\Gamma(C_s)$ と書くと，$\Gamma(C_s)$ は C_s に関して単調増加関数である．

次いで，$E[U(P_1; C_f, C_s)] = E[U(P_0; C_f, C_s)] = 0$ とし，これを C_f に関して解くと，C_f の留保価格は

$$\overline{C}_f = \begin{cases} R + \frac{1}{\alpha}\left[\ln \frac{1 - qe^{\alpha(A+M)}}{(1-q)\left(1 + \frac{\alpha c_1}{\mu - \alpha c_1} e^{-\mu\tau}\right)}\right], & \alpha > 0, \\ R - \frac{c_1}{\mu} e^{-\mu\tau} - \frac{q(A+M)}{1-q}, & \alpha = 0, \end{cases} \tag{11}$$

と与えられる．但し，$1 > qe^{\alpha(A+M)}$ とする．

さらに，$E[U(P_2; C_f, C_s)] = E[U(P_0; C_f, C_s)] = 0$ として，これを C_s に関して解くと，C_s の留保価格は次式で与えられる．

$$\overline{C}_s = \begin{cases} R + \frac{1}{\alpha} \ln\left[\frac{(1 - qe^{\alpha(A+M)})(\mu - \alpha c_2)}{(1-q)\mu}\right], & \alpha > 0, \\ R - \frac{c_2}{\mu} - \frac{q(A+M)}{1-q}, & \alpha = 0. \end{cases} \tag{12}$$

以上を踏まえて，領域 $\Omega_i (i = 0, 1, 2)$ を次のように定義する．

$$\Omega_0 = \{(C_f, C_s);\ C_f^U > C_f \geq \overline{C}_f,\ C_s^U > C_s \geq \overline{C}_s\},$$
$$\Omega_1 = \{(C_f, C_s);\ C_f < \Gamma(C_s),\ C_f < \overline{C}_f,\ C_s < C_s^U\},$$
$$\Omega_2 = \{(C_f, C_s);\ C_f^U > C_f \geq \Gamma(C_s),\ C_s < \overline{C}_s\}.$$

ここで，各領域の上限となる $C_f = C_f^U$，$C_s = C_s^U$ は，$\alpha > 0$ の場合の C_f, C_s に関する期待効用の C_f, C_s 軸に垂直な漸近線により与えられる．すなわち

$$C_f^U = R - \frac{1}{\alpha} \ln\left[\left(1 + \frac{\alpha c_1}{\mu - \alpha c_1} e^{-\mu\tau}\right)(1-q)\right], \tag{13}$$

$$C_s^U = R - \frac{1}{\alpha} \ln\left[\left(\frac{\mu}{\mu - \alpha c_2}\right)(1-q)\right], \tag{14}$$

である．ここで，$1 > qe^{\alpha(A+M)}$ を仮定していることから，$C_f^U > \overline{C}_f$，$C_s^U > \overline{C}_s$ が成立する．但し，$\alpha = 0$ の場合には，顧客の期待効用は C_f，C_s に関して単調減少関数であるため，$C_f^U \to +\infty$，$C_s^U \to +\infty$ となる．

以上のことから，顧客の最適政策 $P^*(C_f, C_s)$ は

$$P^*(C_f, C_s) = \begin{cases} P_1 & \text{if } (C_f, C_s) \in \Omega_1, \\ P_2 & \text{if } (C_f, C_s) \in \Omega_2, \\ P_0 & \text{if } (C_f, C_s) \in \Omega_0, \end{cases} \tag{15}$$

となる．

5.2 プロバイダの最適政策

プロバイダの最適政策は顧客の最適政策 $P^*(C_f, C_s)$ を念頭においた上で自身の期待利益を最大とする C_f^*, C_s^* を決定することである．

プロバイダがプラン P_1，P_2 の月額基本料金を $(C_f, C_s) \in \Omega_1$ に設定するならば顧客の最適政策は $P^*(C_f, C_s) = P_1$ となり，プロバイダは $C_f \to \overline{C}_f - 0$，$C_s^U > C_s > \overline{C}_s$ とすることで自身の期待利益を最大とすることができる．一方，月額基本料金を $(C_f, C_s) \in \Omega_2$ に設定するとき，$P^*(C_f, C_s) = P_2$ となり，$C_s \to \overline{C}_s - 0$，$C_f^U > C_f > \overline{C}_f$ と設定することでプロバイダの期待利益は最大となる．さらに，$(C_f, C_s) \in \Omega_0$ に料金設定を行うとき，顧客の最適政策は $P^*(C_f, C_s) = P_0$ となり，プロバイダの期待利益は 0 である．

したがって，

$$E[\pi(C_f, C_s; P^*)] \tag{16}$$
$$= \begin{cases} A - d + \frac{1-q}{q}\left(\overline{C}_f - S + \frac{c_1 e^{-\mu\tau} - b}{\mu}\right), \\ \qquad \text{when } C_f \to \overline{C}_f - 0,\ C_s^U > C_s > \overline{C}_s, \\ A - d + \frac{1-q}{q}\left(\overline{C}_s - S + \frac{c_2 - b}{\mu}\right), \\ \qquad \text{when } C_f^U > C_f > \overline{C}_f,\ C_s \to \overline{C}_s - 0, \\ 0, \quad \text{when } C_f^U > C_f > \overline{C}_f,\ C_s^U > C_s > \overline{C}_s, \end{cases}$$

が最も大きくなる料金設定が，$(C_f, C_s) = (C_f^*, C_s^*)$ である．

なお，紙数の都合上，数値例は当日報告する．

参考文献

[1] Murthy, D.N.P. and E.Asgharizadeh (1999), "Optimal Decision Making in a Maintenance Service Operation," *European Journal of Operational Research*, 116, 259-273.

[2] Sandoh, H. and K.Rinsaka (1999), "Maintenance Service Contract Model for Software," *Proceedings of the First Western Pacific and Third Australia-Japan Workshop on Stochastic Models in Engineering, Technology and Management*, Wilson, R.J., S.Osaki and M.J.Faddy eds., Christchurch, New Zealand, 466-75.

[3] Basar, T. and G.J.Olsder (1995), *Dynamic Noncooperative Game Theory*. London: Academic Press.