2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

共通サイクルをもつジョブショップスケジューリング問題

*名古屋工業大学　松下 晋士　Shinji MATSUSHITA
01403803　名古屋工業大学　中出 康一　Koichi NAKADE

1 はじめに

生産性の向上の方法として、ロットに分けて製品を生産するロット生産方式やロットサイズが与えられている時ジョブのスケジューリングをする方法がある。これらは単一機械でロットを求めたり、ロットが変わらない状態でスケジューリングを行う問題が多い。

しかし、実際には複数品種・複数機械でのロットサイズとスケジューリングの両方を求めることが必要である。Ouenniche and Boctor[1] は、ロットサイズと生産サイクルを変更できるジョブショップ問題を考えている。[1] では有限計画期間をいくつかの共通サイクルに区切り、費用を最小にするように各共通サイクル内における機械ごとの作業順序と各作業の開始時刻を求めている。本研究では、[1] の条件を、1. 共通サイクル内で作業が 2 つに分けられる、2. 機械ごとに共通サイクル期間の始まる時刻と終わりの時刻を変更できる、という 2 つの点で緩和する。この条件のもとで、混合 0-1 線形計画問題として定式化し、在庫とセットアップに関する計画期間内の単位時間あたりの費用が最小になる作業順序と作業開始時刻、共通サイクルの長さを求める。

2 モデルの説明

n 種類の製品を m 個の機械で生産するジョブショップ問題を考える。このモデルの定義を述べる。

1. 全ての製品には作業順序が定められている。
2. それぞれの機械は同時に 1 つの作業しか行うことができない。
3. 製品が次の機械の作業を始めるときは前の機械での作業がロットごとに全て終わっていなければならない。
4. 作業を始めるにはそれぞれの作業によるセットアップがかかる。セットアップ時間は生産する量や前の作業によらず一定である。
5. そろぞれの作業の生産率は一定である。
6. 品種ごとに需要率が一定である。その需要は連続的に出荷され、その需要量を必ず満たさなければならない。
7. 故障は起きない。
8. 全ての製品の輸送時間はかからない。
9. 在庫を置くスペースは十分にある。

本研究では、有限計画期間における共通サイクルを導入する。有限計画期間 H を複数の共通サイクル期間 T に分けてその共通サイクル期間 T を繰り返すことによって製品を生産する。また、有限計画期間 H 内に繰り返す共通サイクル T の数を ξ とすると、$H=\xi T$ である。

[1] では、共通サイクルの開始と終了がすべての機械において同一であり、また共通サイクル内の同じ品種の製品は 1 度に作業を行うという条件を設定していた。この条件のもとで 2 製品 3 機械の場合について品種 1 は機械 1 → 3 → 2、品種 2 は機械 1 → 2 の順序で作業が行われる時のガントチャートの例を図 1 の a) に示す。

図 1 の a) のように共通サイクルの開始と終了の時刻が全ての機械において同じ場合は、需要が少しでも大きくなると機械の加工能力の点では余裕があるにもかかわらず制約を満たす T が存在しなくなる。そこで本研究では機械ごとに共通サイクルの開始と終了の時刻が異なることとし、また共通サイクル期間での作業を 2 つに分けられるとする。この条件のもとで図 1 の a) と同じ 2 製品 3 機械におけるガントチャートを図 1 の b) に示す。また、この図では、品種 1 の生産量は 1:2 に分かれている。この品種 i の分かれている割合を u_i とする。図 1 の b) では $u_1=\frac{1}{3}$ となる。また、2 つに分けられるが分けないほうがよい場合は作業が 1 つになることができるとする。

問題は、セットアップ・仕掛在庫・完成在庫に関する単位時間当たりの費用を 最小化にするような ξ、

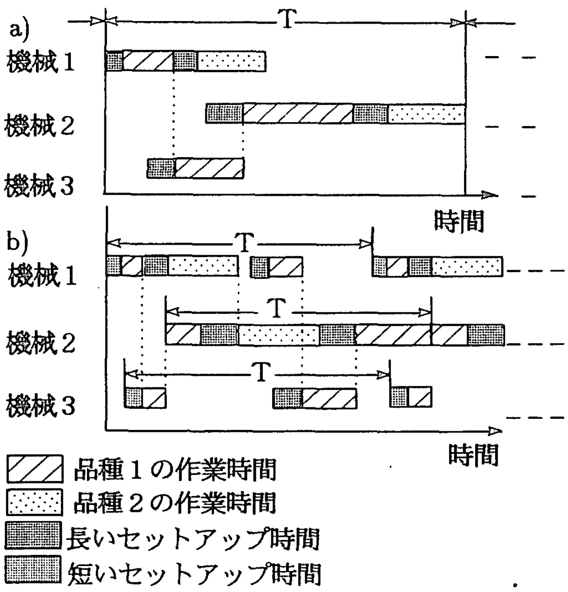

図 1: 2 品種 3 機械の例のガントチャート

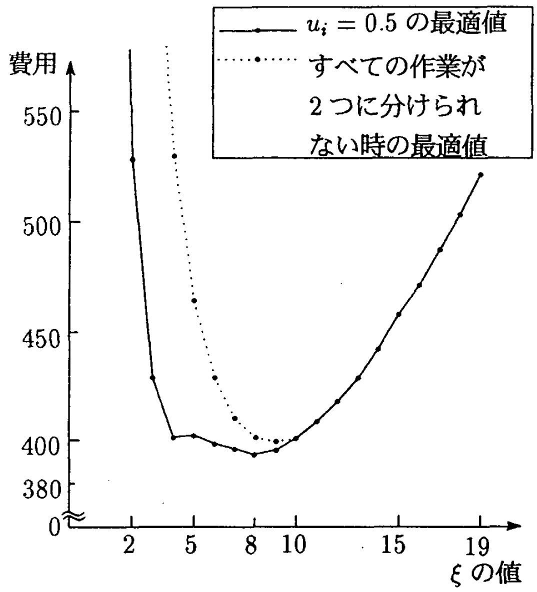

図 2: それぞれの ξ における最適解のグラフ

各機械での作業順序、各作業の開始時刻を求めることである。

3 解法

この問題を解く際、ξ が自然数であるので、ξ を1から順番に増やしていき、解が存在しなくなるところで ξ を増やすのをやめる。ξ が与えられた時、この問題は、目的関数が非線形である非線形計画問題になる。ここで、この問題を解きやすくするため、非線形の部分を無くし混合0-1線形計画問題にすることを考える。そのためには、u_i の値を定数にすればよい。

以下、数値例を含め、全ての品種について共通サイクル内の作業は半分ずつ分かれるか2つに分かれていないかのどちらかであるとする。すなわち $u_i = 0.5$ と仮定する。作業が半分に分けたものが最適解であるとは証明できなかったが、在庫量に関していえば各品種のみに注目した場合、$u_i = 0.5$ とすると完成在庫量が最小になることが分かるので妥当な仮定であると考えられる。

さらに問題を解く際、目的関数の関係で作業開始時刻の差が u_iT より大きい場合と小さい場合で分けて計算しなければならない。したがって、ξ の値それぞれに対して、2^n 回（n は品種の数）計算が必要になる。

4 数値例

4.1 数値結果

この混合0-1計画問題は、線形計画問題を解くソフトであるVisual XPRESSを使用した。計算には、OS Windows98、CPU Pentium IIプロセッサ350MHzのパソコンを使用した。数値例として、3品種3機械

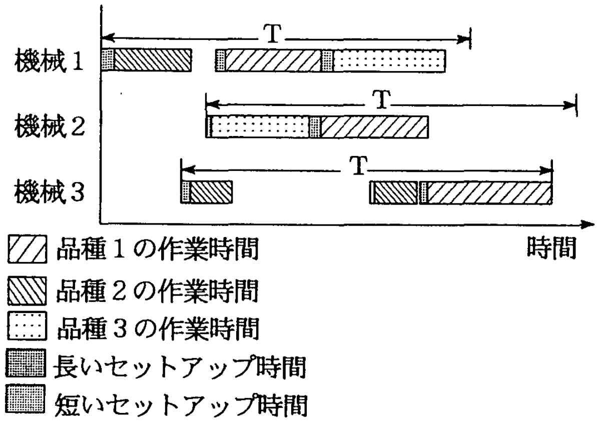

図 3: 3品種3機械の最適解のガントチャート

の問題を扱う。この数値例では品種1の作業順序を1,2,3、品種2を1,3、品種3を2,1とする。この場合、変数の数は97個であり、そのうち0-1変数の数は83個である。

ξ を決めた時の u_iT の大小の組1つによって定まる1つの問題を解くのに必要な計算時間は長いもので10秒程度、短いものは1秒以下で求められた。

この問題を解いた時、それぞれの ξ で最小となる費用のグラフを図2に示す。それぞれの ξ で作業が2つに分けられる場合を実線で、作業が2つに分けられない場合を点線で示す。また、2つに分けた作業は $\xi = 8$ で最小になっている。その最適解のガントチャートを図3に示す。

4.2 考察

2つに分けることができる場合と分けられない場合を比べると図2のa)のように2つに分けたほうが少しではあるが費用が少なくなっている。このため少しでも費用を少なくするためには作業を2つに分けることは有効であると思われる。

各共通サイクルの開始と終了の時刻が機械ごとに異なる場合に関して考察する。図1のa)のように、開始と終了の時刻を等しくした場合は、今回の数値例では計算したところ解が存在しなかった。つまり、需要を満たすことができなくなっている。開始と終了の時刻を変えたことは、開始と終了の時刻が等しい場合も含んでいる。したがって、需要量が多い場合も対応できるので開始と終了の時刻を機械ごとに変えることは有効であると思われる。

参考文献

[1] J. Ouenniche and F. Boctor: "Sequencing, lot sizing and scheduling of several products in job shops : the common cycle approach ," International Journal of Production Research, vol.36, No.4, pp.1125–1140, 1998