1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

二企業間の経営戦略
— 面的市場における一期間競合在庫モデル —

01507094　大阪府立大学　*北條仁志　HOHJO Hitoshi
01302694　大阪府立大学　寺岡義伸　TERAOKA Yoshinobu

1．はじめに

ここ数年において相互間に何らかの関係をもつような複数のプレーヤに対する最適戦略を求める問題が注目をあびている。本稿では面的市場において客が直角距離に従って移動し、ある選択確率でプレーヤを選ぶとき、二人のプレーヤの最適戦略を純戦略という面から考察する。主な目的は発注、維持、不足に伴う総費用を最小にする最適発注量に関して二人のプレーヤの平衡点を求めることである。

2．Model

面的市場に分布している客に対して二人のプレーヤが製品を供給し、過剰需要においては再配分されるような一期間在庫モデルについて研究する。Player I, IIと呼ばれる２人のプレーヤがある製品を同時に販売し始め、市場を分け合う。Player Iは$[0,1]\times[0,1]$上の位置$(0,0)$に、Player IIは位置$(1,1)$に配置されている。各プレーヤの発注は期首に一度だけ可能であり、リードタイムなしに入荷される。このモデルではバックログは許されない。

客は$[0,1]\times[0,1]$上に密度関数$f(x,y)$に従って分布しており、地点(x,y)の客はまず最初に確率$p(x,y)$でPlayer I側へ、残りの確率$1-p(x,y)$でPlayer II側へ一人一個の製品を購入しに行く。最初に訪れたプレーヤ側に在庫がないと知るや否や、もう一方のプレーヤ側へ直ちに向かう。客は各地点を同時に出発し、到着時間は移動距離に比例するとする。ここでは距離として直角距離を用いる。また客は任意の時刻におけるプレーヤの手持ち在庫量を知らない。このモデルではPlayer IとIIは非協力的であるとし、各Playerの目的は発注、維持、不足に伴う総費用を最小化することにある。各Playerは期首にどのような戦略をとればよいであろうか。そこで発注量z_1, z_2は独立して決定される。

記号：	b	：	市場上に与えられた客数（需要量）
	z_i	：	Player $i(i=1,2)$の発注量, 決定変数
	r_i	：	Player $i(i=1,2)$の単位当たりの販売価格 ,$r_i \geq c_i$
	c_i	：	Player $i(i=1,2)$の単位当たりの発注費用
	h_i	：	Player $i(i=1,2)$の単位当たりの維持費用
	p_i	：	Player $i(i=1,2)$の単位当たりのペナルティコスト
	t	：	単位距離当たりの移動時間

そのとき両プレーヤは良心的であり、すべての客の行動が終わるまで待つため、我々は計画期間を$4t$であると考える。このモデルにおいて大まかに次のような６つの状況を考えることができる。

Situation 1：最初の段階で両プレーヤが共に客の需要を満たす。このとき不足は生じない。

Situation 2：Player I側に最初の段階で不足が生じるが、Player I側で満たされなかった客はすべてPlayer IIによって満たされる。

Situation 3：Situation 2と同様にPlayer I側に不足が生じて不足分がPlayer II側で満たされることになるが、すべての客が満たされるのは$z_1+z_2=1$のときのみであり、たいていの場合には満たされることはない。

Situation 4：Player I、IIとも最初の段階で不足が生じるため、その時点で満たされなかった客は後になっても満たされることがない。

Situation 5：最初の段階でPlayer II側に不足が生じるが、そこで満たされなかった客は後にPlayer I側で満たすことができる。

Situation 6：Situation 5と同様にPlayer II側に不足が生じてその不足分はPlayer I側で満たされること

になるが、すべての客が満たされるのは$z_1+z_2=1$のときのみであり、たいていの場合には満たされることはない。

Situation 2ではPlayer IIが過剰在庫を持つと過剰の維持費用を負うことになるので、$z_1+z_2>1$という条件の下でできる限り在庫を減らそうとするであろう。そのとき最適解は$z_2=1-z_1$となり、この状況はSituation 3に含まれることとなる。よって需要が確定的である場合にはSituation 2を考慮する必要がない。同様にしてSituation 5も考慮する必要がない。

ここではSituation 3の一部のみを表わす。Player I の時刻Tにおける手持ち在庫量$Q_1(T)$は

$$Q_1(T)=\begin{cases} z_1-\int_0^{T/t}\int_0^{T/t-y}g(x,y)dxdy, & 0\le T\le t\\ z_1-\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy+\int_{T/t-1}^1\int_{T/t-y}^1 g(x,y)dxdy, & t\le T\le 2t\\ z_1-\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy, & 2t\le T\le 4t\end{cases}$$

と表せる。そのとき期平均在庫量I_1および期平均在庫不足量I_2は次のようになる：

$$\begin{aligned}I_1=&\tfrac{1}{4t}\Big[\int_0^t\Big\{z_1-\int_0^{T/t}\int_0^{T/t-y}g(x,y)dxdy\Big\}dT\\ &+\int_t^{t_1}\Big\{z_1-\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy+\int_{T/t-1}^1\int_{T/t-y}^1 g(x,y)dxdy\Big\}dT\Big]\\ =&\tfrac14\int_0^1\int_0^1(x+y)g(x,y)dxdy-\tfrac14\int_{t_1/t-1}^1\int_{t_1/t-y}^1(x+y)g(x,y)dxdy\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_2=&\tfrac{-1}{4t}\Big[\int_{t_1}^{2t}\Big\{z_1-\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy+\int_{T/t-1}^1\int_{T/t-y}^1 g(x,y)dxdy\Big\}dT+\int_{2t}^{4t}\Big\{z_1-\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy\Big\}\Big]\\ =&-z_1+\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy-\tfrac14\int_{t_1/t-1}^1\int_{t_1/t-y}^1(x+y)g(x,y)dxdy\end{aligned}$$

この状況におけるPlayer I の総期待費用M_3^1として

$$\begin{aligned}M_3^1=c_1z_1+h_1I_1+p_1I_2-r_1z_1=&[c_1-p_1-r_1]z_1+\tfrac{h_1}{4}\int_0^1\int_0^1(x+y)g(x,y)dxdy+p_1\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy\\ &-\tfrac{h_1+p_1}{4}\int_{t_1/t-1}^1\int_{t_1/t-y}^1(x+y)g(x,y)dxdy\end{aligned}$$

を得る。一方、Player II の在庫量$Q_2(T)$は

$$Q_2(T)=\begin{cases} z_2-\int_{1-T/t}^1\int_{2-T/t-y}^1 h(x,y)dxdy, & 0\le T\le t\\ z_2-\int_0^1\int_0^1 h(x,y)dxdy+\int_0^{2-T/t}\int_0^{2-T/t-y}h(x,y)dxdy, & t\le T\le 2t\\ z_2-\int_0^1\int_0^1 h(x,y)dxdy, & 2t\le T\le 2t+t_1\\ z_1+z_2-1+\int_{T/t-3}^1\int_{T/t-2-y}^1 g(x,y)dxdy, & 2t+t_1\le T\le 4t\end{cases}$$

と表され、総期待費用M_3^2を求めると

$$\begin{aligned}M_3^2=&\left[c_2+\tfrac{h_2}{2}-\tfrac{p_2}{2}-r_2\right]z_2-\tfrac{h_2}{4}\Big\{\int_0^1\int_0^1(x+y)h(x,y)dxdy-\int_{t_1/t-1}^1\int_{t_1/t-y}^1(x+y)g(x,y)dxdy\Big\}\\ &-\tfrac{p_2}{2}(z_1-1)-\tfrac{h_2+p_2}{4}\int_{t_2/t-3}^1\int_{t_2/t-2-y}^1(x+y)g(x,y)dxdy\end{aligned}$$

を得られる。そこでt_1,t_2はPlayer IおよびIIの手持ち在庫量が0になる時刻であり、

$$z_1-\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy+\int_{t_1-1}^1\int_{t_1/t-y}^1 g(x,y)dxdy=0,\ z_1+z_2-1+\int_{t_2/t-3}^1\int_{t_2/t-2-y}^1 g(x,y)dxdy=0$$

を満たす。

3. 平衡解析

前節の総費用から得られる最適発注量z_i^*をPlayer iの純戦略の一つとして考えよう。我々はこの純戦略を下にして利得行列を与え、平衡点を見つけるという方法で解析を行う。今、$\frac{h_1-3p_1}{4}\le r_1-c_1<\frac{2h_1-2p_1}{4}$, $\frac{h_2-p_2}{2}+(h_2+p_2)\frac{r_1-c_1+p_1}{h_1+p_1}\le r_2-c_2\le h_2$においてこれを考える。

Player Iは純戦略として$\mathrm{I}_1=\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy$, $\mathrm{I}_2=\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy-\int_{t_1^*/t-1}^1\int_{t_1^*/t-y}^1 g(x,y)dxdy(<\mathrm{I}_1)$をとり、Player IIは純戦略として$\mathrm{II}_1=\int_0^1\int_0^1 h(x,y)dxdy$, $\mathrm{II}_2=\int_0^1\int_0^1 h(x,y)dxdy+\int_{t_1^*/t-1}^1\int_{t_1^*/t-y}^1 g(x,y)dxdy-\int_{t_2^*/t-3}^1\int_{t_2^*/t-2-y}^1 g(x,y)dxdy(>\mathrm{II}_1)$ をとる。そこで$t_i^*=4(r_i-c_i+p_i)t/(h_i+p_i), i=1,2$である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}\quad\mathrm{II}_1 & \qquad\qquad\qquad\mathrm{II}_2\end{array}\\ \begin{array}{c}\mathrm{I}_1\\ \mathrm{I}_2\end{array} & \begin{pmatrix}(M_1^1(\mathrm{I}_1,\mathrm{II}_1),M_1^2(\mathrm{I}_1,\mathrm{II}_1)) & (M_1^1(\mathrm{I}_1,\mathrm{II}_2),M_1^2(\mathrm{I}_1,\mathrm{II}_2))\\ (M_3^1(\mathrm{I}_2,\mathrm{II}_1),M_3^2(\mathrm{I}_2,\mathrm{II}_1)) & (M_3^1(\mathrm{I}_2,\mathrm{II}_2),M_3^2(\mathrm{I}_2,\mathrm{II}_2))\end{pmatrix}\end{array}$$

この利得行列から平衡点$(\mathrm{I}_2,\mathrm{II}_2)$が得られる。

その他の結果およびこれらの詳細については当日発表する予定である。