1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

小売業における最適棚卸し頻度に関する研究
–ロス及び変動費を考慮した場合–

02202474　流通科学大学大学院　＊島本　浩　SHIMAMOTO Hiroshi
01204194　流通科学大学情報学部　三道　弘明　SANDOH Hiroaki

1.　はじめに

スーパーやコンビニエンス・ストアなどの小売業においては，商品によって帳簿やコンピュータ上の商品在庫(以下ではこれを**コンピュータ在庫**と呼ぶ)数と店舗に存在する**実在庫**数の間に，種々の要因で「**ロス**」が発生することが多い．このようなロスは一般に**棚卸し**によってはじめて検出され，ロスが検出された場合にはコンピュータ在庫が修正される．

一方棚卸しは，その目的に応じて，次の２種類に分類することができる．

(1) 税法上年に１回（場合によっては２回）実施される**決算棚卸し**．

(2) コンピュータ在庫と実在庫間のロスを検出し，修正することを目的として定期的に実施する**定期棚卸し**．

一般に，コンピュータ在庫と実在庫とのロスは時間の経過に伴って大きくなる．このため，ロスがあまり大きくならないうちにそれを検出し，コンピュータ在庫を修正することが棚卸しの目的の一つである．しかしながら，決算棚卸し及び定期棚卸しのいずれにおいても，棚卸しを実施するには店舗営業を休止したり，在庫調査を外部に委託するなどの関係で，棚卸しの実施には大きな費用を伴うこととなる．このため，定期棚卸しを頻繁に行うと，棚卸し実施のための累積費用が大きくなる．

以上に述べたようなロスは，店舗規模によっては一回の棚卸しで数千万円になるといわれている．しかし，定期棚卸しの実施回数は経験的に定められていることが多く，その理論的根拠は希薄である．このような現状に対し，著者らはこれまでに，定期棚卸しに焦点を絞った上で，その適切な実施時期あるいは頻度について考察を行った[1]．そこでは，棚卸しを実施するのに直接必要な棚卸し費用とロスの大きさそのものに着目し，これらを勘案した上で，最適な棚卸し実施時期を求めるための数理モデルを構築した．

しかし小売りの現場においては，一回当たりの棚卸しに必要な費用は固定費用だけでなく変動費が含まれることが多い．この変動費の代表的なものにロス発生原因調査費用がある．本研究では，棚卸し実施費用の変動をも陽に考慮したモデルを構築し，期待費用を最小にするという意味での最適棚卸し頻度について考察する．

2.　仮定と方策

本研究では，以下のように仮定する．

(1) 実在庫とコンピュータ在庫とのロスは棚卸しによってのみ検出される．

(2) ロスの原因となる事象は，時間に関してランダムに発生する．すなわち，ロスの発生は平均値関数 $H(t)$ の非定常ポアソン過程に従う．

(3) 各ロスの大きさは互いに独立に平均 $c_3(>0)$ の同一分布に従う．

(4) ロス発生原因の調査費は，棚卸し時間間隔に比例する．

上に述べたような仮定の下，本研究では棚卸しの実施時期に関して次のような方策を考える．

[方策]

一つの店舗あるいは売場を棚卸しの対象として考え，決算棚卸し実施時間間隔を T(具体的には１年) と表すこととする．このとき，Tを $M(M=1,2,\cdots)$ 等分し，時点 $iT/M(i=1,2,\cdots,M-1)$ で定期棚卸しを実施する．すなわち，定期棚卸しは一定時間間隔で実施され，Mはその頻度を表すこととなる．また，ロスの大きさは金額で測ることとする．このような棚卸し実施時期に関する方策を前提とするとき，決定変数は定期棚卸し実施頻度を表す Mである．

仮定 (1),(2),(3) の下で先述の方策を実施するとき，棚卸し終了後コンピュータ在庫を修正完了した時点で，実在庫とコンピュータ在庫とのロスは0になる．従って，プロセスの振舞は棚卸し実施時期を再生点とする再生報酬過程 [2,3] とみなすことができる．この時，単位時間あたりの期待費用は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} C(M) &\equiv \lim_{t\to+\infty}\frac{E[(0,t]\text{における総費用}]}{t} \\ &= \frac{1\text{サイクルの期待費用}}{1\text{サイクルの期待時間}} \qquad (1) \end{aligned}$$

3. 期待費用

本章では，前述の方策を前提としたときの単位時間当り期待費用を定式化する．はじめに，1サイクルの期待費用を定式化し，次に単位時間当り期待費用を導出する．

$(0,t]$におけるロスの発生件数$N(t)$の確率分布は

$$\Pr[N(t)=i]=\frac{[H(t)]^i}{i!}e^{-H(t)}, \quad i=0,1,2,\cdots \tag{2}$$

で与えられる．また，非定常ポアソン過程の強度関数$h(t)$は，

$$h(t)=\frac{dH(t)}{dt} \tag{3}$$

で定義される．

このとき，1サイクルの期待費用$A(M)$は

$$\begin{aligned} A(M) &= E\left[c_1+\frac{T}{M}c_2+\sum_{i=0}^{N(T/M)}Y_i\right] \\ &= c_1+\frac{T}{M}c_2+c_3H\left(\frac{T}{M}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

で与えられる．ただし，c_1は1回あたりの棚卸し実施費用，c_2は単位時間当たりのロス原因調査費用を表す．

また，1サイクルの期待時間$B(M)$は，

$$B(M)=\frac{T}{M} \tag{5}$$

と表すことができるので，単位時間当りの期待費用$C(M)$は，

$$C(M)=\frac{c_1+\frac{T}{M}c_2+c_3H\left(\frac{T}{M}\right)}{\frac{T}{M}} \tag{6}$$

となる．以上，単位時間当りの期待費用を定式化した．以下では，この期待費用を最小にするという意味での最適な棚卸し頻度$M=M^*$に関する解析を行う．

4. 最適棚卸し頻度

(6)式の$C(M)$を最小にするようなMについて解析するには，$C(M)$のMに関する差分とるのが自然である．しかし，以下では解析をより簡単にする目的で

$$z\equiv\frac{T}{M}, \quad z\in(0,T] \tag{7}$$

なる変数変換を行った上で，$C(z)$を最小にするzについて解析することとする．なお，zは定期棚卸し実施時間間隔を表している．

$C(z)$をzに関して微分すると，$C'(z)\geq 0$は

$$zh(z)-H(z)\geq\frac{c_1}{c_3} \tag{8}$$

に等価である．

ここで，不等式(8)の左辺を$L(z)$とおき，$h(z)$がzに関して微分可能であり，$h'(z)>0$とする．すなわち，$h(z)$がzに関して単調増加であるとすると，

$$L'(z)=zh'(z)>0 \tag{9}$$

が成立する．よって，不等式(8)を満たすzが存在すれば，その最小値が最適頻度$M=M^*$を与える最適解$z=z^*$である．従って，

$$\lim_{z\to+0}L(z)<\frac{c_1}{c_3} \tag{10}$$

が成立すれば，$z^*>0$，すなわち$M^*<<\infty$が存在することが分かる．この時，最適棚卸し頻度は以下の場合分けのもとで議論される．

1. $L(T)=Th(T)-H(T)\leq\frac{c_1}{c_3}$
   この場合，常に$C'(z)\leq 0$となり，$C(z)$はzに関して非増加であり，$M^*=1$となる．この場合は，定期棚卸しを一切行わず，決算棚卸しのみを行えば良い．

2. $L(T)=Th(T)-H(T)>\frac{c_1}{c_3}$
   この場合，$C'(z)$の符号は負から正に唯一度だけ変化することになる．よって，(8)式を満たす最小の$z=z^*(0<z<T)$が存在し，有限の棚卸し頻度$M=M^*(M\geq 1)$が存在する．

一方，$h'(z)>0$で，(10)式が成立しない場合は，常に$C'(z)>0$が成立する．この場合$z^*=0$なので，$M^*=\infty$となる．従って，この場合には有限の棚卸し頻度が存在しないことになる．

なお，紙数の都合上，数値例は当日発表させて頂く．

参考文献

[1] 島本浩，三道弘明，小売業におけるロスを考慮した最適棚卸し頻度に関する研究，日本ＯＲ学会秋季研究発表会アブストラクト集，pp.62-63, 1998.

[2] S. M. Ross: *Introduction to Probability Models, 6th ed.*, Academic Press, New York, 1997.

[3] S. Ross: *Stochastic Processes, 2nd ed.*, Wiley, New York, 1983.