2－D－6

1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

# 生産・輸送問題に対するファジィ計画とゲーム論による利益およびコスト分配
## —事例研究—

01202665　広島大学　坂和 正敏　SAKAWA Masatoshi
01403974　広島大学　* 西﨑 一郎　NISHIZAKI Ichiro
01012595　（株）住建産業　植村 芳雄　UEMURA Yoshio

## 1. はじめに

本論文では，建材メーカにおける現実の生産・輸送問題を取り上げ，既存の複数の生産拠点（工場）で複数の製品を製造し，かつその生産拠点自身が需要地でもある状況のもとで生産・輸送計画を考察する．最初に，各生産拠点での生産能力と需要の条件のもとで生産コストと輸送コストの合計を最小にする生産・輸送計画を決定する問題を定式化する．さらに，工場の生産量や製品供給量の満足度を考慮したファジィ生産・輸送計画問題を考察する．最後に，複数の拠点が協調して作成した生産・輸送計画による利益やコストの分配問題に対して，協力ゲームの解に基づく分配計画を与える．

## 2. 生産・輸送計画

### 2.1 定式化

本論文では建材メーカにおける実際の生産・輸送問題を取り上げる．全国で複数の拠点があり，各拠点では複数種類の製品の生産と販売が同時に行われ，需要に満たない製品は他の拠点から輸送されるものとする．問題の定式化において，次の記号が用いられる．

**定数**

$S_{ki}$: 拠点 $i$ での製品 $a_k$ の需要.
$P_{ki}$: 拠点 $i$ での製品 $a_k$ の生産能力.
$c_{ki}$: 拠点 $i$ での製品 $a_k$ の単位生産コスト.
$d_{ij}$: 拠点 $i$ から $j$ へ輸送する 1 製品当たりの輸送コスト．ただし，すべての製品に対して同一の輸送コストを仮定する.

**決定変数**

$x_{ki}$: 拠点 $i$ での製品 $a_k$ の生産量.
$y_{kij}$: 拠点 $i$ から $j$ への製品 $a_k$ の輸送量.
$u_{ij}$: 拠点 $i$ から $j$ へ輸送する容量 $M$ のトラックの台数

$$\min \sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ki}x_{ki} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1,\neq i}^{m} Md_{ij}u_{ij} \tag{1a}$$

$$\text{s. t. } x_{ki} \leq P_{ki},\ k=1,\ldots,n;\ i=1,\ldots,m \tag{1b}$$

$$x_{ki} \geq \sum_{j=1,\neq i}^{m} y_{kij}, \quad k=1,\ldots,n;\ i,j=1,\ldots,m \tag{1c}$$

$$x_{ki} - \sum_{j=1,\neq i}^{m} y_{kij} + \sum_{j=1,\neq i}^{m} y_{kji} \geq S_{ki}, \quad k=1,\ldots,n;\ i,j=1,\ldots,m \tag{1d}$$

$$0 \leq x_{ki} \in \mathbb{Z},\ 0 \leq y_{kij} \in \mathbb{Z}, \quad k=1,\ldots,n;\ i,j=1,\ldots,m \tag{1e}$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_{kij} \leq Mu_{ij},\ i,j=1,\ldots,m \tag{1f}$$

$$M(u_{ij}-1)+1 \leq \sum_{k=1}^{n} y_{kij}, \quad i,j=1,\ldots,m \tag{1g}$$

$$0 \leq u_{ij} \in \mathbb{Z},\ i,j=1,\ldots,m \tag{1h}$$

目的関数 (1a) は生産コストと輸送コストの総和であり，制約式 (1b) は，拠点 $i$ での製品 $a_k$ の生産量はその拠点の生産能力 $P_{ki}$ より小さいか等しいことを表し，制約式 (1c) は，拠点 $i$ での製品 $a_k$ の生産量はその拠点から送り出す総輸送量以上であることを表し，制約式 (1d) は，拠点 $i$ での製品 $a_k$ の供給量は需要量 $S_{ki}$ より大きいか等しいことを表し，制約式 (1e) は，拠点 $i$ での製品 $a_k$ の生産量および拠点 $i$ から $j$ への製品 $a_k$ の輸送量は非負の整数であることを表しており，$\mathbb{Z}$ は整数の集合を表す．制約 (1f) は各拠点間の製品の総輸送量はトラック $u_{ij}$ 台での輸送可能量以下という制約で，制約 (1g) は各拠点間の製品の総輸送量はトラック $(u_{ij}-1)$ 台での輸送可能量以上という制約であり，制約 (1h) はトラックの台数に対する非負整数制約である．

このように定式化された問題からは，生産能力の上限で生産し，需要予測に一致した製品の供給を行い，その

ような状況の下で総コストが最小化された解が与えられる．

## 3. ファジィ生産・輸送計画

現実に起こる生産・輸送問題では，とくに需要や生産能力の数値は予測，あるいは設備設計時に計画した値が用いられ，使用できる数値が必ずしも適切でない場合がある．そのようなときには特定の数値を用いて定式化するよりも，目的関数や制約式の満足の度合いを考慮したファジィ目標やファジィ制約を導入した定式化や，パラメータのあいまい性を考慮するためにファジィパラメータを含む定式化が有効になると考えられる．本節では，生産・輸送計画問題において，生産量や製品供給の満足度を考慮してファジィ目標やファジィ制約を導入した定式化を行う．

各拠点での需要は $\pm s$ ($100s\%$) の変動があり，生産能力に関しては最大の生産能力に対して実際には $-p$ ($100p\%$) まで変動する可能性があるとする．目的関数値である総コストに対しては，過去の経験から目標値 $z_0$ と許容幅 $d_z$ を決めるものとする．

前節で考察した複数製品をトラックで輸送するとして定式化した問題 (1) に対して，需要と生産能力が含まれている制約条件式と，目的関数に対して，ファジィ目標を導入し，メンバシップ関数の重み付け和が採用された Bellman and Zadeh [1] による凸ファジィ決定に従うことによってファジィ生産・輸送計画問題を定式化する．

ファジィ生産・輸送計画では，各拠点での生産能力に対して余裕をもたせ，需要予測より多めの製品供給がなされた上で，総コストを最小化する解が示される．

## 4. 協力ゲームによる利益およびコストの分配

これまでの節では，生産と輸送のコストを最小にする生産・輸送計画，あるいは生産量や製品供給の満足度を考慮した上でのコスト最小化による生産・輸送計画を考察してきた．このことは，各拠点間の協調を基礎として生産・輸送計画が決定されることを意味する．しかし，各拠点に独立性の高い事業部があると考えると合理的なコストあるいは利益の分配が保証されなければ，そのような協調を維持することは困難になる．そこで，本節では複数の拠点で協調して生産と輸送のコストを最小にする生産・輸送計画を最適化の手法によって立案した結果，その計画に基づいて予想される利益やコストを協力ゲームの考えを利用して各拠点に分配する問題を考察する [4, 2].

各拠点を協力ゲームにおけるプレイヤーとし，その集合を $N=\{1,\ldots,m\}$ とする．$N$ の部分集合 $S$ を提携と呼ぶ．このとき，各提携 $S$ の値 $v(S)$ は問題 (1) に対して，目的関数を $S$ に属する拠点のみのコストの総和とし，制約式に関しても $S$ に属する拠点のみの制約とした問題の最適解から計算される．得られた最適解に従って，各製品は各拠点で生産され，拠点間で輸送されるとする．各拠点では，需要量だけ製品が供給され，それらの製品は当該拠点の生産コストと他の拠点から輸送された製品のコストを考慮した価格で販売されるとする．

また，ある提携 $S$ に関して，$S$ に関する問題は実行不可能となる場合があり，単にその問題の最適値，すなわちコストを $v(S)$ にすると，需要を満足できない提携に対するペナルティーを考慮できない．そのため，需要に満たない製品に対して，機会損失が生じるとして利益から差し引き，各提携の合計の利益を計算する．その利益から正規化された利得を計算し，提携 $S$ の値 $v(S)$ とし，ゲーム $(N,v)$ を考える．協力ゲームの解である仁 [6] を適用し，全体提携 $N$ に対する問題の最適解から計算される利益を各拠点に分配する．仁は必ず存在し，唯一に定まるという望ましい性質をもっているので，本問題における分配計画の良い候補となると考えられる [3].

全国の複数の拠点間の協力に基づく生産・輸送計画によって生じる利益およびコストが，上述の協力ゲーム $(N,v)$ とその解の概念である仁を適用することによって各拠点に分配される．

## 参考文献


[1] R.E. Bellman and L.A. Zadeh, "Decision making in a fuzzy environment," *Management Science*, vol. 17, pp. 209–215, 1970.

[2] I. Curiel, *Cooperative Game Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.

[3] M. Maschler, "The bargaining set, kernel and nucleolus," in: R.J Aumann and S. Hart Eds., *Handbook of Game Theory*, vol. 1, ch. 18, pp. 591–667, Elsevier Science Publishers, 1992.

[4] G. Owen, "On the core of linear production games," *Mathematical Programming*, vol. 9, pp. 358–370, 1975.

[5] M. Sakawa, *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*, Plenum Press, New York, 1993.

[6] D. Schmeidler, "The nucleolus of a characteristic function game," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 17, pp. 1163–1170, 1969.

[7] H.-J. Zimmermann, Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, pp. 45–55, 1978.