

パレート最適性公理とグループ AHP

01303394	大阪大学	田村坦之	TAMURA Hiroyuki
02202644	大阪大学	*新木依子	SHINKI Yoriko
01307864	大阪大学	富山伸司	TOMIYAMA Shinji
01307154	大阪大学	田地宏一	TAJI Kouichi

1. はじめに

集団意思決定において AHP[1] を適用する場合、グループメンバーの意見の集約の方法として、各メンバーの対比較値の幾何平均をとる方法が最も一般的に利用されている。しかし、この方法では社会的選択公理の一つである、パレート最適性公理を常に満足するわけではないということが報告されている [2]。そこで、幾何平均と比べてパレート最適性公理を満たさないという矛盾を改良することができるような新しい集約手法を提案する。

2. パレート最適性公理

Arrow の社会的選択公理 [3] の一つである「市民の主権性」は、経済学者達によって「パレート最適性公理」とも呼ばれ、以下で定義される。

パレート最適性公理

代替案 x, y に対して、すべてのグループ意思決定のメンバー i にとって、 $x \succ_i y$ ならば、 $x \succ y$ である。

つまり、もしもグループ意思決定のメンバーすべてが、「 x は y より好ましい」と考えるなら、グループとしての決定もまたそうでなければならないということである。

しかし、AHP において従来の集約手法である幾何平均を用いてグループ化を行うと、このパレート最適性公理を満たさない場合が存在する。

3. 問題の例

評価基準を C_1, C_2, C_3 の 3 つ、代替案を A, B, C の 3 つとし、意思決定者は DM_1, DM_2, DM_3 の 3 人の場合を考える。ここで、各対比較行列の要素に、 $1/9 \sim 9$ の数値を代入し、整合性が完全にとれており、かつ意思決定者は、 $A \succ B \succ C$ の順で選好しているような

一対比較行列をすべて求めた、そして、その中から 3 つの意思決定の結果をランダムに選びグループ化を行うという実験を行った。その結果、全体の約 7% がパレート最適性公理を満たしていなかった。その様な結果の一例を表 1 から表 4 に示す。

3 人のグループメンバーは、全員が代替案を $A \succ B \succ C$ の順で選好している。それゆえ、パレート最適性公理から、グループによる意思決定の結果も A を最も選好するはずである。ところが、幾何平均を用いてグループ化した結果を見ると、表 4 に示すように B を最も選好しているという結果になった。

4. 新しい集約手法

この矛盾が起こる原因を考え、パレート最適性公理を満たすような、新しい集約手法を提案する。

意思決定者各々の意思決定は、評価基準のウエイトに大きく左右され、ある評価基準のウエイトが他よりも大きい場合には、その評価基準における代替案の選好順位が結果に大きく反映される。また、意思決定者の関心の高い評価基準に対する代替案の比較においては、代替案間の差をより明確に評価することができるが、一方、無関心な評価基準に対する代替案の評価は、あいまいになるかもしれない。

グループ意思決定の場合、各意思決定者の評価基準に対する考えが異なると、幾何平均によってグループ化を行った結果、ある意思決定者にとっては評価基準に対するウエイトの順位づけが、自分とは異なってしまうことになり、その意思決定者にとって無関心な評価基準に対する代替案の評価が決定に影響を与えることになる。このようなことが要因となって、パレート最適性公理を満足しないグループ意思決定の結果が存在すると思われる。

そこで、意思決定者の関心の高い評価基準に対する代替案の評価を重要視するために、各々の一対比較要

素にウエイトを与えて集約することにする。また、そのウエイトには評価基準のウエイトを与えることにする。

グループ化の方法としては、まず、各意思決定者に一対比較行列を作ってもらい、評価基準のウエイトを求める。そこで、意思決定者 i の評価基準のウエイトを w_i として、 w_i の正規化を次のように行う。

$$(1) w_i \in (0, 1)$$

$$(2) \sum w_i = 1$$

次に、評価基準の一対比較行列を幾何平均によって集約し、代替案の一対比較行列を集約する場合には、(1) 式を用いる。

$$\log a_{kl}^g = w_1 \log a_{kl}^1 + w_2 \log a_{kl}^2 + \dots + w_n \log a_{kl}^n \quad (1)$$

ここで、 a_{kl}^i は、意思決定者 i の一対比較行列の要素、 a_{kl}^g は、グループとしての一対比較行列の (kl) 要素とする。

表1から表3に示した意思決定者の例を用いて、提案した集約手法によってグループ化を行うと、 $A \succ B \succ C$ の順に選好するという結果(表5)になった。

上で述べた実験において、幾何平均では全体の約7%が、パレート最適性公理を満たさなかったが、提案した集約手法を用いてグループ化を行うと、パレート最適性公理満たさないグループ AHP の割合が、全体の約0.5%にまで減少した。

表 1. DM_1 の評価

	$C_1(0.077)$	$C_2(0.231)$	$C_3(0.692)$	結果
A	0.143	0.091	0.714	0.526
B	0.714	0.818	0.143	0.343
C	0.143	0.091	0.143	0.131

表 2. DM_2 の評価

	$C_1(0.143)$	$C_2(0.714)$	$C_3(0.143)$	結果
A	0.200	0.600	0.474	0.525
B	0.600	0.200	0.474	0.296
C	0.200	0.200	0.053	0.179

表 3. DM_3 の評価

	$C_1(0.455)$	$C_2(0.455)$	$C_3(0.091)$	結果
A	0.778	0.143	0.077	0.425
B	0.111	0.713	0.231	0.396
C	0.111	0.143	0.692	0.178

表 4. 幾何平均によるグループの評価

	$C_1(0.214)$	$C_2(0.527)$	$C_3(0.260)$	結果
A	0.356	0.240	0.412	0.310
B	0.458	0.593	0.347	0.500
C	0.186	0.167	0.241	0.190

表 5. 新しい手法でのグループの評価

	$C_1(0.214)$	$C_2(0.527)$	$C_3(0.260)$	結果
A	0.596	0.339	0.625	0.468
B	0.243	0.468	0.209	0.353
C	0.161	0.193	0.166	0.179

5. おわりに

今回は、整合性が完全にとれている場合に対して実験を行い、提案した集約手法が、幾何平均を用いるよりもパレート最適性公理を満たすということを示した。今後は、さらなる集約手法の改良を行い、グループ AHP に関する他の矛盾なども解消したい。

参考文献

- [1] Saaty, T.L., "The Analytic Hierarchy Process." McGraw-Hill, 1980
- [2] 宇井 徹雄, "意思決定支援とグループウェア," 共立出版株式会社, 1995
- [3] K. J. Arrow, "Social Choice and Individual Values," John Wiley & Sons, 1963