1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

需要予測のための学習型AHP

02103283 静岡大学 片岡 毅 Tsuyoshi KATAOKA
01702180 静岡大学 八巻 直一 Naokazu YAMAKI

1 はじめに

需要予測は，市場に投入する製品の評価に基づく側面と，ユーザの嗜好を推測することに基づく側面がある．ここでは，ベンダーの評価に基づいて市場に投入された製品の一定時間後の売り上げ実績から，ベンダーの評価尺度を修正する仕組みとして，AHPと最小２乗法を組み合わせた方法を提案する．

AHPを用いて製品の評価を行うには，次のような手順が考えられる．[2]

1. 製品の評価項目の階層構造を作る．
2. 各階層の評価項目の一対比較をすることによって，評価項目のウェイトを求める．
3. 製品の評価には，各評価項目毎の得点を付与し，評価項目のウェイトによる荷重平均値をもって総合評価値とする．
4. 売り上げ予測値を評価値の関数として表す．

本稿では，評価項目毎の製品の評価得点は信頼できるものとし，売り上げ実績から評価項目のウェイトベクトルを修正することを考える．実績が蓄積される度に，逐次ウェイトベクトルは修正されるので，学習型と呼ぶことにする．さらに，ウェイトベクトルの修正量から評価項目間の一対比較値への感度を算出し，ベンダーの製品評価尺度の信頼度を示すことを提案する．

2 評価項目のウェイトの学習

例えば，第 k の月初に市場に投入された製品の当該月の売り上げ実績を s_k とする．第 k 月に市場に投入された製品の種類を n_k とすると，s_k は n_k 次元ベクトルである．売り上げ予測のもととなる製品 $i, i=1,2,\ldots,n_k$ の評価値を $z_k^{(i)}$ とし，評価項目数を m，評価項目 j に対する製品の得点を $u_k^{(i,j)}, j=1,2,\ldots,m$ とする．このとき，i,j 要素を $u_k^{(i,j)}$ とする行列を $U_k \in R^{n_k \times m}$ とする．

また，このとき用いられた評価項目のウェイトベクトルを，$\tilde{p}_k = (\tilde{p}_k^{(1)}, \tilde{p}_k^{(2)}, \ldots, \tilde{p}_k^{(m)})^T$ とすると，

$$z_k = U_k \tilde{p}_k, \tag{1}$$

ただし，$z_k = (z_k^{(1)}, z_k^{(2)}, \ldots, z_k^{(n_k)})^T$.

このとき，$s_k - z_k$ は予測の誤差である．次月の需要予測に用いるウェイトベクトル $\tilde{p}_{k+1}$ を，最小２乗法によって決定することを考える．このとき，問題は以下のような制約条件付き最小２乗問題となる．

$$\begin{aligned} f(\tilde{p}) &= \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{k}\|s_k - z_k\|^2 \\ &= \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{k}\|s_k - U_k\tilde{p}_k\|^2 \end{aligned}$$

を最小にする $\tilde{p}$ を $\tilde{p}_{k+1}$ とする．
ただし，ウェイトの和は１となるように正規化されるので，

$$\tilde{p}^T \mathbf{1} = 1$$

である．ただし，$\mathbf{1}$ は要素がすべて１であるようなベクトルである．

ラグランジュ関数は次のように表される．

$$L(\tilde{p}, \lambda) = f(\tilde{p}) - \lambda(\tilde{p}^T\mathbf{1} - 1), \tag{2}$$

ただし，λ はラグランジュ乗数である．

(2) より，

$$\tilde{p}_{k+1} = \mathrm{V}_k^{-1} r_k + \frac{1 - \mathbf{1}^T \mathrm{V}_k^{-1} r_k}{\mathbf{1}^T \mathrm{V}_k^{-1}\mathbf{1}} \mathrm{V}_k^{-1}\mathbf{1}. \tag{3}$$

ただし，

$$\begin{aligned} \mathrm{V}_k &= \sum_{i=1}^{k} \mathrm{U}_i^T \mathrm{U}_i, \\ r_k &= \sum_{i=1}^{k} \mathrm{U}_i^T s_i \end{aligned}$$

を得る．

ここで，V_{k+1}とr_{k+1}は次のように表される．

$$\begin{aligned} \mathrm{V}_{k+1}{}^{-1} &= \mathrm{V}_k{}^{-1} + \mathrm{V}_k{}^{-1}\mathrm{U}_{k+1}{}^T H^{-1}\mathrm{U}_{k+1}\mathrm{V}_k{}^{-1}, \\ r_{k+1} &= r_k + \mathrm{U}_{k+1}^T s_{k+1} \end{aligned}$$

ただし，

$$H = \mathrm{I} + \mathrm{U}_{k+1}\mathrm{V}_{k+1}{}^{-1}\mathrm{U}_{k+1}{}^T$$

したがって，$\mathbf{V}_k^{-1}, r_k$は逐次更新されるので，全てのデータを保存する必要はない．とくに，$n_i = 1, i = 1, 2, \ldots, k$ の場合は，$\mathbf{V}_k^{-1}$は逆行列の計算を必要とせず求めることが出来る．

3 一対比較値の感度解析

ベンダーが評価した一対比較値を$\tilde{x_{ij}}$とするとき，予測と実績の間の誤差に，評価項目間の一対比較値がどのくらい寄与しているかを分析する．

ベンダーが評価した評価項目間の一対比較行列を$\tilde{\mathrm{X}} \in R^{m\times m}$ とし，i,j 要素を $(\tilde{x_{ij}})$ とする．また，逆数対称行列$\tilde{\mathrm{Y}} = (\tilde{y_{ij}}) \in R^{m\times m}$ を次のように定義する．

1. $\tilde{\mathrm{Y}}$から，幾何平均法で得られるウェイトベクトルは，(3) で決定される$\tilde{p}_{k+1}$である．
2. $\tilde{y_{ij}} = \tilde{x_{ij}}\tilde{e_{ij}}$.

このとき，$\tilde{e_{ij}}$は誤差である．以下，対数最小２乗法により誤差最小となる$\tilde{\mathrm{Y}}$を求め，$\tilde{y_{ij}}/\tilde{x_{ij}}$を感度と定義することとする．$\log\tilde{x_{ij}} = x_{ij}, \log\tilde{y_{ij}} = y_{ij}, \log\tilde{e_{ij}} = e_{ij}, \log\tilde{p} = p, E = (e_{i,j}) \in R^{m\times m}$とすると，制約条件

$$\begin{aligned} \frac{1}{m}(\mathrm{X}+\mathrm{E})\mathbf{1} &= p - \sigma\mathbf{1} \\ \mathrm{E}+\mathrm{E}^T &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

のもとに，目的関数

$$g(E) = \frac{1}{2}\|E\|_F^2 \tag{4}$$

を最小にする．ただし，$\| \ \|_F$はフロベニウスノルムである．また，σは$\tilde{p}^T\mathbf{1} = 1$を満たす値である．

ラグランジュ関数は，

$$\begin{aligned} \Phi(E,\mu,\sigma) &= g(E) \\ &\quad -\mu^T[\frac{1}{m}(\mathrm{X}+\mathrm{E})\mathbf{1} - p + \sigma\mathbf{1}] \\ &\quad -Tr[\Gamma(\mathrm{E}+\mathrm{E}^T)] \end{aligned}$$

である．ここにμ, Γはラグランジュ乗数である．

これより，

$$\mathrm{E} = (p-w)\mathbf{1}^T - \mathbf{1}(p^T - w^T) \tag{5}$$

を得る．ここに，$w = 1/mX\mathbf{1}$，すなわちベンダーの評価した一対比較行列から幾何平均法で得られるウェイトベクトルの対数変換値である．これより，評価項目i,j間の一対比較値の感度q_{ij}は，次のように与えられる．

$$\begin{aligned} q_{ij} &= \frac{\tilde{y_{ij}}}{\tilde{x_{ij}}} \\ &= \frac{\tilde{p}_i}{\tilde{p}_j}\frac{\tilde{w}_j}{\tilde{w}_i} \end{aligned}$$

4 学習手順

以上より，予測精度を高める学習と，かつベンダーの一対比較値に対する感度分析を行う手順は，次のようになる．

1. 製品の評価を行うための評価構造をつくり，一対比較を行ってウェイトベクトルp_1を求める．$k=1$とする．
2. k 期の売り上げ予測値と実績値からp_{k+1}を求める．
3. p_{k+1}から一対比較値の感度を求める．
4. $k = k+1$として，２へ．

5 おわりに

ＡＨＰで求めた製品の評価値をもとに，需要予測を行う場合，実績からウェイトベクトルを補正する手法と，一対比較値の感度分析の手法を提案した．本稿で提案した手法を，現在ゲームソフトを取り扱う某ベンダーで試験中であり，ベンダー側の一対比較値と市場の嗜好の差異を認識するための手法として注目されている．今後は，実験を重ねて，予測手法として確立しなければならない．

参考文献

[1] T.L.Saaty,"Eigenvector and logarithmic least squares,European Journal of Operational Research 48,pp156-160,1990

[2] K.Tone and R.Manabe,AHP case studies, (in Japanese),Nikagiren,TOKYO,1990 品質管理, Vol.22,No.2,pp.115-123,1992