1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ネットワークの流動量分布

02302320　筑波大学　社会工学研究科　＊田村一軌　TAMURA Kazuki
01102840　筑波大学　社会工学系　　腰塚武志　KOSHIZUKA Takeshi

1. はじめに

筆者は文献 [3] においてネットワーク上の距離分布を導出し，移動から見たネットワークの特徴を議論した．本稿では，同様の視点から重要と思われるネットワーク上の流動量分布を導出する．

2. ネットワークの流動量分布

ネットワーク上の任意の 2 点 x_1, x_2 について，2 点間の移動を $\overline{x_1x_2}$ と表すと，ネットワーク上の地点 x における流動量 $f(x)$ は，

$$f(x) = \int_{x\cap\overline{x_1x_2}\neq\phi} \mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \tag{1}$$

と記述できる．すなわち，あらゆる 2 点の組み合わせに対しその間の最短経路を決定しさえすれば，地点 x を通過する移動の数を数え上げれることによって，$f(x)$ を求めることができる．

本稿では，流動量分布を求めるためにネットワークをリンク単位で考え，2 点の組み合わせを

(1)2 点が同一リンクにある場合

(2)2 点が異なるリンクにある場合

の 2 つに分けて定式化する．

3. 流動量分布の導出方法

3.1. 同一リンク上の移動

ネットワークからリンク L(長さ l) に注目し，両端のノード間最短経路 D(長さ d) を求める．L と D は必ずしも一致しないことに注意しその大小関係を調べる．

・$l \leq d$ のとき

リンク内の最短経路による移動はすべてそのリンク内で完結する．図 1 のように，リンク (1 次元) 上の 2 点を 2 次元上の 1 点に置き換えれば，地点 x における流動量は斜線部の面積に相当する．よって，リンク上の流動量分布 $f_1(x)$ は以下のように書ける．

$$f_1(x) = 2\ \ (l - x) \tag{2}$$

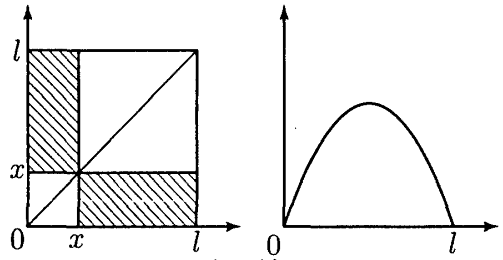

図 1:　リンク上の流動量分布 ($l \leq d$)

・$l > d$ のとき

2 点のペアによってはリンク内を通るよりも経路 D を通ったほうが距離が短くなるものがある．それは $|x_1 - x_2| > (l + d)/2$ となるペアである．このことを考慮し，図 1 に倣い図 2 を描くことができる．

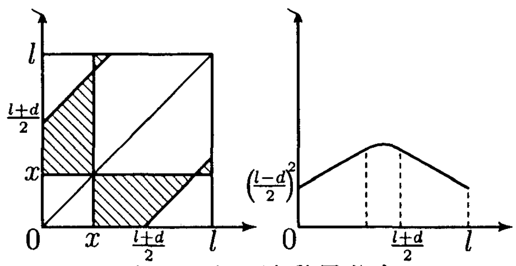

図 2:　リンク上の流動量分布 ($l > d$)

以上からリンク上においては，

$$f_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{l-d}{2}\right)^2 + 2dx & \left(0 < x \leq \frac{l-d}{2}\right) \\ 2x(l-x) - \left(\frac{l-d}{2}\right)^2 & \left(\frac{l-d}{2} < x \leq \frac{l+d}{2}\right) \\ \left(\frac{l-d}{2}\right)^2 + 2d(l-x) & \left(\frac{l+d}{2} < x \leq l\right) \end{cases} \tag{3}$$

となり，さらに経路 D 上では一律に，

$$f_1(x) = \left(\frac{l-d}{2}\right)^2 \tag{4}$$

となる．

3.2. 異なるリンク間の移動

ネットワークの中から任意に 2 本のリンク L_1, L_2(それぞれ長さ l_1, l_2) を取り出し，そのリンク間の移動に注目したとき，2 つのリンク両端のノード間には 4 つの経路 D_1〜D_4(長さ d_1〜d_4) があり，移動に使われる経路は点のペアに依存する．詳細な説明は文献 [3] に譲るが，結局以下の 2 つの場合を考えればよいことが分かる．

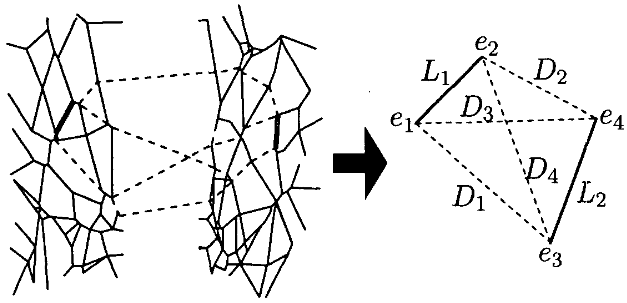

図 3:　2 つのリンクの間の経路

(1)　1 経路の場合

図のように，e_2e_3 間の経路 D_4 が使われるとする．このとき，L_1, L_2 それぞれの流動量 $f_2(x)$ は，

$$L_1 : f_2(x) = 2l_2x \tag{5}$$
$$L_2 : f_2(x) = 2l_1(l_2 - x) \tag{6}$$

となり，D_4 上では

$$D_4 : f_2(x) = 2l_1l_2 \tag{7}$$

となる．

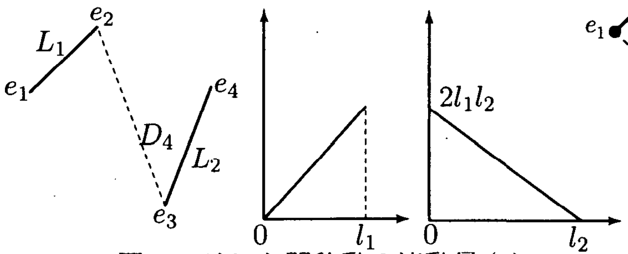

図 4:　リンク間移動の流動量 (1)

(2)2 経路の場合

$l_1 \leq l2, d_1 \leq d_2$ とする．図のように，L_1 両端のノード e_1, e_2 それぞれから見て，左右どちら周りで移動しても等距離になる点 (以後 '対心点' と呼ぶ)e'_1, e'_2 がループ $L_1D_1L_2D_2$ 上に存在する．対心点の位置によって，

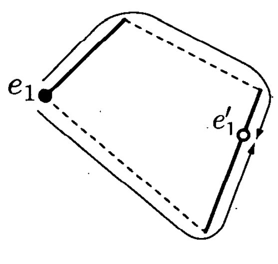

図 5:　対心点

(i)e'_2 だけが L_2 にある場合

(ii)e'_1, e'_2 がともに L_2 上にある場合

の 2 つに場合分けすることができる ($l_1 \leq l2$ なので e'_1, e'_2 が L_2 を挟むように現れることはなく，e'_1, e'_2 がともに D_1 あるいは D_2 上にあるとき，このリンクのペアは (1) の関係にあるため考えなくてよい．さらに，$d_1 \leq d_2$ なので，e'_1 だけが L_2 にあることもない)．

(i) のとき，e'_4 が L_1 上に存在する．ここで，$e_1e'_4$ と e_3e_4 間，e'_4e_2 と $e_3e'_2$ 間の移動については，先ほど定式化した (1)1 経路の場合である．e'_4e_2 と e'_2e_4 に注目すると，両端が互いの対心点になっていることが分かる．このときの流動量は，$|e'_4e_2| = |e'_2e_4| = l$ とおいて，以下のようになる．

$$f_2(x) = 2\left(\int_0^x u\mathrm{d}u + \int_x^l (l-u)\mathrm{d}u\right) \tag{8}$$
$$= 2x^2 + 2lx + l^2 \tag{9}$$

また，e'_4e_2 と e'_2e_4 間の経路においては一律に，

$$f_2(x) = l^2 \tag{10}$$

となる．

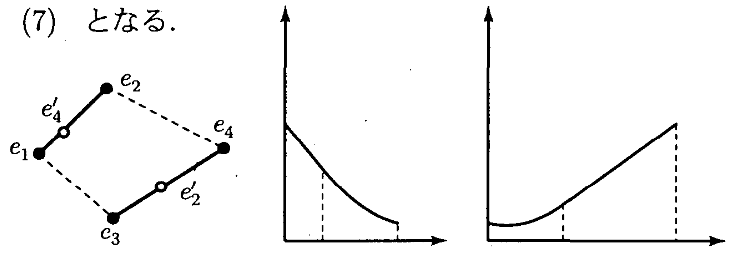

図 6:　リンク間移動の流動量 (2)-(i)

(ii) のとき，e_1e_2 と $e_3e'_2$ 間，e_1e_2 と e'_1e_4 間の移動は，(1)1 経路場合である．e_1e_2 と $e'_2e'_1$ 間の移動だが，これは (i) の場合と同様に両端が互いの対心点になっているため，流動量を求めることができる．

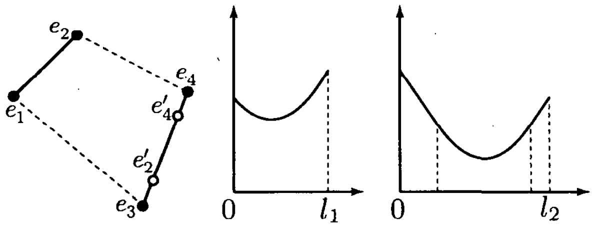

図 7:　リンク間移動の流動量 (2)-(ii)

4. まとめ

与えられたネットワークの，全てのリンクで $f_1(x)$ を計算し，あらゆる 2 つのリンクの組み合わせについて $f_2(x)$ を計算し全て足し上げると，あらゆる地点 x における流動量，すなわち流動量分布を求めることができる．

紙面の都合もあるので，計算結果については当日発表する．

参考文献

[1] 腰塚武志 (1992):都市域の流動に関する理論的考察. 第 27 回日本都市計画学会学術研究論文集.pp.343-348.

[2] 腰塚武志 (1997):移動から見たネットワークの分析. 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集.pp.252-253.

[3] 田村一軌, 腰塚武志 (1998):ネットワークの距離分布. 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集.pp.222-223.