1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

2種類の需要と曖昧な固定費用を持つ腐敗しやすい商品の在庫問題

入会予定　大阪大学　原 直人　HARA Naoto
01005194　大阪大学　石井 博昭　HIROAKI Ishii
02102915　大阪大学　片桐 英樹　KATAGIRI Hideki

1　はじめに

腐敗しやすい製品に対する在庫管理問題は Prastacos によって品切れ費用と廃棄費用のみを考慮したモデルが提案され [1]、その後、様々なモデルが考えられてきた。Nahmias は固定発注費用を考慮したモデルを考えた [?]。このような問題では在庫の払い出し政策によっても、腐敗量が大きく左右される。払い出し政策には、最も古い製品から払い出す FIFO 政策と、最も新しい製品から払い出す LIFO 政策の 2 つの政策があるが Ishii は FIFO 政策で払い出される在庫問題において品切れ費用、廃棄費用、保管費用を考慮して 2 種類の需要に対するモデルを提案し、最適発注政策を求めた [2]。このモデルでは保管費用が 1 期間しか考慮されていないが、本論文は発注量に対する全期間の保管費用を考慮して、さらに固定発注費用をファジィ数で表した場合について考察する。

2　問題設定

以下のような在庫問題を考える。

1. 1 期間、1 種類の腐敗しやすい商品を考える。期間は任意であるが固定されていない。

2. 発注は期間の始めに行われ、単位当たりの仕入れ値は c で表される。

3. 商品の使用期限は m 期間である。また、2 種類の客が存在するものとし、1 つは新鮮な商品（使用期限の残りが m）しか買わない客（タイプ H)、もう 1 つは古い商品でも新しい商品と比べて値段が安ければ買う客（タイプ L）とする。まずタイプ H の需要が優先され、次に残った在庫でタイプ L の需要に応じる。この在庫モデルでは FIFO 政策の使用を仮定する。

4. m 期間過ぎても売れ残っている在庫は廃棄処分される。単位当たりの廃棄費用は θ として定義される。

5. 在庫は期間の最初に起こる需要によって払い出される。モデルは 1 期間で求める。

6. それぞれの期間におけるタイプ H の需要 D_j^H は分布関数を $F_j^H(\cdot)$ その密度関数を $f_j^H(\cdot)$ とする互いに独立な非負の確率変数である。ここで、$F_j^H(0) = f_j^H(0) = 0,\ j = 1, 2, \ldots, m$ であり 0 以外のところでは連続である。それぞれの期間におけるタイプ L の需要 D_j^L の分布関数 $F_j^L(\cdot)$、密度関数 $f_j^L(\cdot)$ も同様の条件を満たす。品質重視の需要と値段重視の需要はそれぞれ独立である。

7. タイプ H の需要、タイプ L の需要に対する単位当たりの品切れ費用は、それぞれ p_H, p_L として表される。ここで、$p_H \geq p_L$ とし、また単位当たりの保管費用を h とする。

8. 使用期限が k 残っている商品は単位当たり $R_k,\ k = 1, 2, \ldots, m$ で売られ、$R_{k+1} \geq R_k$ とする。

9. 固定費用は L ファジィ数 $\tilde{\beta}$ として定義され、そのメンバーシップ関数 $\mu_{\tilde{\beta}}(t)$ は以下の様に表される。（m_β, α_β は正の定数）

$$\mu_{\tilde{\beta}}(t) = \max\left\{L\left(\frac{t - m_\beta}{\alpha_\beta}\right), 0\right\}$$

ここで、L は R から R への写像を表す型関数で、以下の条件を満足する。

(a) $L(-t) = L(t), \quad t \in R$

(b) $L(t) = 1, \quad t = 0$ のときのみ

(c) $L(\cdot)$ は $[0, +\infty)$ の範囲で非増加

(d) t_0 は $\inf_{t>0}\{t \mid L(t) = 0\}$ として定義され、L の零点と呼ばれる。

ここで、一般性を失うことなく $m_\beta - t_0\alpha_\beta > 0$ と仮定することが出来る。

期待利益は以下の式で表される。

$$\begin{aligned}\text{期待利益}\,(K) \;=\;& (\text{売り値}) - (\text{仕入れ値}) \\ & -(\text{廃棄費用}) - (\text{品切れ費用}) \\ & -(\text{保管費用})\end{aligned}$$

3 問題の定式化

期待利益関数 Kは以下のように表される。

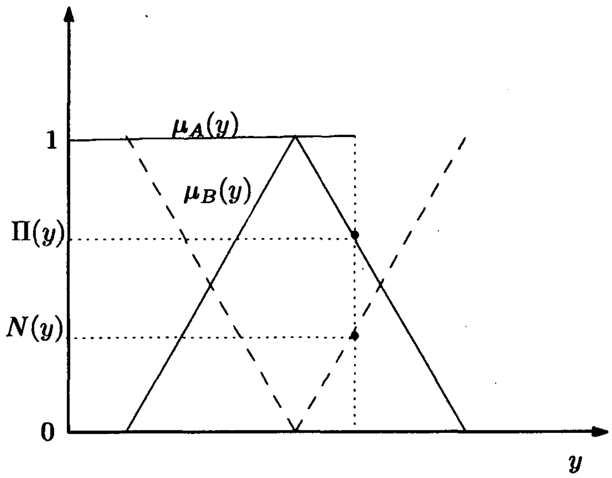
$$
\begin{aligned}
&K(y : X_{m-1}) \\
= &\sum_{k=1}^{m-1} R_k \int_0^y f_1^H(v) \times \\
&\int_0^{y-v} \{Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) \\
&-Q_{m-n+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dudv \\
&+R_m\{y - \int_0^y f_1^H(v) \int_x^{x+y-v} F_1^L(u) dudv\} \\
&-\Bigg[cy + \sum_{k=1}^{m-1} h \int_0^y f_1^H(v) \times \\
&\int_0^{y-v} \{Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) \\
&-Q_{m-n+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dudv \\
&+(m-1)h \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \\
&+p_H\{\int_0^\infty v f_1^H(v) dv - y(1 - F_1^H(y))\} \\
&+p_L\{\int_0^y f_1^H(v) \int_{y+x-u}^\infty (u+v-x-y) f_1^L(u) dudv \\
&+(1 - F_1^H(y)) \int_x^\infty (u-x) f_1^L(u) du\} \\
&+\theta \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \Bigg]
\end{aligned}
$$

定理 3.1 Kは凹関数であり、さらに $R_m + p_H - c \geq 0$ の時 $\partial m(y : X_{m-1})/\partial y = 0$ となる y^0は $y^0 \geq 0$ の範囲に存在する。

ここで、固定発注費用$\tilde{\beta}$を入れた場合の期待利益関数は次のようになる。

$$
K_\beta(y : X_{m-1}) = \begin{cases} K(y : X_{m-1}) & (y \leq 0) \\ K(y : X_{m-1}) - \tilde{\beta} & (y > 0) \end{cases}
$$

この時 $K(y^0 : m-1) - K(0 : m-1)$ の値と$\tilde{\beta}$の大小関係で y^0まで発注するかしないかを可能性、必然性の概念を用いて判断する。



$\mu_A(y)$ は発注する為のクリスプな関数
$\mu_B(y)$ は固定発注費用のメンバーシップ関数
$\Pi(y)$, $N(y)$ がそれぞれ発注する可能性測度、必然性測度をあらわしている。

4 結論

発注量に対する保管費用を m 期間考慮した場合において期待利益関数が凹関数であることを証明し、最適な発注量を求めた。また、固定発注費用が L ファジィ数である場合には発注すべきかどうかの判断基準を可能性測度、必然性測度で考えた。

5 おわりに

期待利益関数の 2 回微分、可能性、必然性の概念等、詳細は発表会当日に述べる予定である。この研究は文部省科学研究費基盤研究 (c)(2)10680428 によるものであることを付記しておく。

参考文献

[1] Prastacos. G., Optimal myopic allocation of a product with fixed leadtime, Journal of the Operational Research Society, Vol.29, pp.905-913. (1978)

[2] Ishii, H., Perishable Inventory Problem with Two Types of Customers and Different Selling Prices, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.36, No.4, pp.199-205. (1993)

[3] 原、石井、片桐、2 種類の需要と曖昧な廃棄費用と品切れ費用を持つ腐敗しやすい商品の在庫問題, ファジィ システム シンポジウム 講演論文集, pp.427-428. (1998)