1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ソフトウェアの保守サービス契約に関する研究

02800014　流通科学大学大学院　＊　林坂　弘一郎　RINSAKA Koichiro
01204194　流通科学大学情報学部　　三道　弘明　SANDOH Hiroaki

1. はじめに

Asgharizadeh ら [1,2] はハードウェアに対して信頼性を考慮した上で，代理業者と顧客の保守サービス契約問題を取り扱った．本研究ではこれをソフトウェアの保守サービス契約問題に適用することを考える．

2. モデル

ソフトウェアの開発段階において期間 L_1の間テストを実施し，その後リリースすることを考える．なお，代理業者は以下の 2 つのオプションを提供するものとする．

オプション A_1　固定料金 Pで期間 L_2の間，代理業者は全てのソフトウェア障害に対して保守を行う．また，契約期間中の保守時間がτを超えた場合，単位時間当り$\alpha(\alpha>0)$ のペナルティを支払う．

オプション A_2　代理業者は 1 回あたり C_sの料金でソフトウェア障害を保守する．

また，各オプションの下での期待効用が負となる場合，顧客はオプション A_0(ソフトウェアを購入しない) を選択するとする．

ソフトウェアの障害発生の振舞に対して信頼度成長モデルの一つである NHPP モデル [3] を仮定する時，契約期間中の時刻 $t(0\le t\le L_2)$ でのフォールト発見数を $N_2(t)$ とすると

$$
\begin{aligned}
&Pr\{N_2(t)=n\}\\
&\quad= \frac{[H(L_1+t)-H(L_1)]^n}{n!}e^{-[H(L_1+t)-H(L_1)]} \quad (1)
\end{aligned}
$$

が成立する．なお，$H(t)$ は NHPP の平均値関数を表す．契約期間中の保守時間の分布を $G(y)$ とし，指数分布を仮定すると

$$G(y)=1-e^{-\mu y} \qquad (2)$$

が成立する．ここに，μは修復率を意味する．

3. 顧客の金銭的利潤

顧客がソフトウェア運用により得られる単位時間当りの収益を R，ソフトウェアの導入費用を C_b，i 番目障害に対する保守時間を Y_iとすると，オプション A_1での顧客の金銭的利潤$\omega(A_1)$ は

$$
\begin{aligned}
\omega(A_1) &= RL_2+\alpha\left(\sum_{i=0}^{N_2}\max[0,(Y_i-\tau)]\right)\\
&\quad -C_b-P \qquad (3)
\end{aligned}
$$

となる．オプション A_2ではペナルティによる収入が存在しない．従って，顧客の金銭的利潤$\omega(A_2)$ は

$$\omega(A_2)=RL_2-C_b-C_sN_2 \qquad (4)$$

となる．

本研究では顧客の効用関数に絶対的危険回避度一定の効用関数 [4] を適用する．すなわち，オプション $A_k(k=0,1,2)$ の下での顧客の効用 $U(A_k;P,C_s)(k=0,1,2)$ として

$$U(A_k;P,C_s)=\frac{1-e^{-\beta\omega(A_k)}}{\beta},\ \beta>0 \qquad (5)$$

を考える．ここにβは顧客のリスクパラメータである．

4. 代理業者の利益

顧客の選択がオプション A_1の時，代理業者の収入は Pであり，費用はペナルティコストと保守費用である．1 回あたりの期待保守費用を C_rとすれば，代理業者の利益$\pi(P,C_s;A_1)$ は

$$\pi(P,C_s;A_1)=P-C_r\alpha\sum_{i=0}^{N_2}\max[0,(Y_i-\tau)] \qquad (6)$$

となる．顧客の選択がオプション A_2の時，収入は C_sN_2 となる．従って，代理業者の利益$\pi(P,C_s;A_2)$ は

$$\pi(P,C_s;A_2)=N_2(C_s-C_r) \qquad (7)$$

となる．

代理業者の最適戦略 (P^*,C_s^*) は顧客の最適行動を考慮に入れた上で，期待利益が最大になるようにするものである．換言すれば，各々の最適行動は代理業者が先導者，顧客が追従者となるシュタッケルベルク・ゲーム [5] の解で与えられる．

5. 顧客の期待効用

オプション A_1での顧客の期待効用 $E[U(A_1;P,C_s)]$ は

$$
\begin{aligned}
&E[U(A_1;P,C_s)]\\
&\quad= \frac{1}{\beta}\{1-\exp[-\beta(RL_2-C_b-P)
\end{aligned}
$$

$$-[H(L_1+L_2)-H(L_1)]e^{-\mu\tau}\frac{\beta\alpha}{\beta\alpha+\mu}\Big]\Big]\Big\} \quad (8)$$

となる．オプション A_2での期待効用 $E[U(A_2;P,C_s)]$ は

$$\begin{aligned} &E[U(A_2;P,C_s)] \\ &= \frac{1}{\beta}\{1-\exp[-\beta(RL_2-C_b) \\ &\quad -[H(L_1+L_2)-H(L_1)]\left(1-e^{\beta C_s}\right)]\} \end{aligned} \quad (9)$$

となる．

6. 代理業者の期待利益

代理業者の期待利益は顧客の行動に依存する．顧客の選択がオプション A_1の時の期待利益は

$$\begin{aligned} &E[\pi(P,C_s;A_1)] \\ &= P-[H(L_1+L_2)-H(L_1)] \\ &\quad \cdot\left(C_r-e^{-\mu\tau}\frac{\alpha}{\mu}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

となる．オプション A_2の時の期待利益は

$$\begin{aligned} &E[\pi(P,C_s;A_2)] \\ &= [H(L_1+L_2)-H(L_1)](C_s-C_r) \end{aligned} \quad (11)$$

となる．

7. 最適戦略

7.1 顧客の最適戦略

$E[U(A_1;P,C_s)]=E[U(A_2;P,C_s)]$ とし，これを P に関して解けば，オプション A_1と A_2の関係式

$$\begin{aligned} P &= \frac{H(L_1+L_2)-H(L_1)}{\beta} \\ &\quad \cdot\left(e^{\beta C_s}+e^{-\mu\tau}\frac{\beta\alpha}{\beta\alpha+\mu}-1\right) \end{aligned} \quad (12)$$

を得る．ここで式 (12) が表す曲線をΓとすればΓは C_s に関して単調増加である．

次に，$E[U(A_1;P,C_s)]=0$ として Pの留保価格を$\overline{P}$とすれば，

$$\begin{aligned} \overline{P} &= RL_2-C_b \\ &\quad +[H(L_1+L_2)-H(L_1)]e^{-\mu\tau}\frac{\alpha}{\beta\alpha+\mu} \end{aligned} \quad (13)$$

が成立する．また，$E[U(A_2;P,C_s)]=0$ として C_sの留保価格を$\overline{C_s}$とすれば，

$$\overline{C_s}=\frac{1}{\beta}\ln\left[\frac{\beta(RL_2-C_b)}{H(L_1+L_2)-H(L_1)}+1\right] \quad (14)$$

が成立する．ここで，$\Omega_i(i=0,1,2)$ を以下のように定義する．

Ω_0: $C_s=\overline{C_s}$より右，かつ $P=\overline{P}$より上

Ω_1: Γより下，かつ $P=\overline{P}$より下

Ω_2: Γより上，かつ $C_s=\overline{C_s}$より左

このとき，顧客の最適戦略 $A^*(P,C_s)$ は

$$A^*(P,C_s)=\begin{cases} A_1 & \text{if } (P,C_s)\in\Omega_1 \\ A_2 & \text{if } (P,C_s)\in\Omega_2 \\ A_0 & \text{if } (P,C_s)\in\Omega_0 \end{cases} \quad (15)$$

となる．

7.2 代理業者の最適戦略

$\overline{P}$，$\overline{C_s}$のどちらか，または両方が正であれば，代理業者の期待利益を最大にする選択は $[P>\overline{P}$ かつ $C_s=\overline{C_s}]$ または $[P=\overline{P}$ かつ $C_s>\overline{C_s}]$ のどちらかになる．故に，

$$E[\pi(P,C_s;A^*)]$$

$$=\begin{cases} \overline{P}-[H(L_1+L_2)-H(L_1)]\left(C_r-e^{-\mu\tau}\frac{\alpha}{\mu}\right) \\ \qquad \text{when } C_s>\overline{C_s},\ P=\overline{P} \\ [H(L_1+L_2)-H(L_1)]\left(\overline{C_s}-C_r\right) \\ \qquad \text{when } C_s=\overline{C_s},\ P>\overline{P} \\ 0 \qquad \text{when } C_s>\overline{C_s},\ P>\overline{P} \end{cases} \quad (16)$$

となり，

$$P^*>\overline{P} \quad \text{かつ} \quad C_s^*=\overline{C_s},$$
$$P^*=\overline{P} \quad \text{かつ} \quad C_s^*>\overline{C_s}$$

のうち，利益の大きい方が代理業者の最適戦略となる．

なお，紙数の都合上，数値例は当日発表させて頂く．

参考文献

[1] Asgharizadeh E., Modelling and Analysis of Maintenance Service Contracts, *Doctoral Thesis, The University of Queensland,* 1997.

[2] Asgharizadeh E., and D.N.P. Murthy, Service Contracts: A Stochastic Model; *Proc. of the Second Australia-Japan Workshop on Stochastic Models in Engineering , Technology and Management,* Gold Coast, Australia, pp15-23, 1996.

[3] 山田茂，ソフトウェア信頼性モデル，日科技連，1994.

[4] Murthy, D.N.P and V. Padmanabhan, A Continuous Time Model of Warranty, *Working Paper, Graduate School of Business, Stanford University, Stanford, CA.,* 1993.

[5] 岡田章，ゲーム理論，有斐閣，1996.