1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ネットワークの距離分布

02302320　筑波大学　社会工学研究科　*田村一軌　TAMURA Kazuki
01102840　筑波大学　社会工学系　腰塚武志　KOSHIZUKA Takeshi

1. はじめに

これまで，都市における立地解析や様々な解析において，平面上の直線距離が用いられてきた．その理由として，道路網が密であれば，道路距離と直線距離は大差がないこと (文献 [1])，また，道路距離による解析が，直線距離による解析に比べて難しいことなどが挙げられる．そこで本研究では，平面の特徴をよく表す指標の一つが距離分布であると考え，ネットワークの距離分布を求めることによって平面としてのネットワークの特徴を捉えることを目的とする．

2. 距離分布

まずネットワークの任意の2点 x_1, x_2について，2点間の最短距離を $D(x_1, x_2)$ と表す．すると，2点 x_1, x_2の距離が r以下となるような2点のペアの量 $F(r)$ は，

$$F(r) = \int\int_{D(x_1,x_2)<r} dx_1 dx_2 \qquad (1)$$

となる．そしてこれを rで微分した $f(r)$ が距離分布である．例えば，線分上の距離分布は，

$$f(r) = 2(l - r) \qquad (2)$$

となることが分かっている (文献 [2] 参照)．

3. ネットワークの距離分布導出

ネットワークが与えられたときに，それをすべてリンク単位に分割して考える．そして各リンクについて，(1) リンク内の距離分布と (2) 異なる2つのリンク間の距離分布の2つに分ける．それらを個々に計算した後，すべてを足し上げれば求めるネットワーク全体の距離分布になる．

3.1. リンク内の距離分布

ネットワークから，ある1つのリンクを取り出したとき，そのリンクの長さ lとリンク両端のノード間最短距離 d の大小関係によって次の2つのケースがある．

$l \leq d$のとき

この場合，リンク内の最短経路による移動はすべてそのリンク上を移動する．つまり，先程示した線分の距離分布と同じ結果になる．すなわち，距離分布 $f(r)$ は，

$$f(r) = 2(l - r) \qquad (3)$$

となる．

$l > d$のとき

このとき，起終点のペアによってはリンク内を通るよりも他のルートを通ったほうが距離が短くなるものが出てくる．つまり，$|x_1 - x_2| > l + d - |x_1 - x_2|$，すなわち $|x_1 - x_2| > (l + d)/2$ のときである．また，距離の最大値は (l+d)/2 になることがわかる．距離分布は，

・$0 < r \leq d$のとき

$$\begin{aligned} F(r) &= l^2 - (l - r)^2 = 2lr - r^2 & (4) \\ f(r) &= 2(l - r) & (5) \end{aligned}$$

・$d < r < (l + d)/2$ のとき

$$\begin{aligned} F(r) &= l^2 - (l - r)^2 + (r - d)^2 & \\ &= 2(l - d)r + d^2 & (6) \\ f(r) &= 2(l - d) & (7) \end{aligned}$$

となる．

3.2. リンク間の距離分布

ネットワークの中から，任意に2本のリンクを取り出したとき，リンク両端のノード間距離を用いて，図1のように模式的に表すことができる．

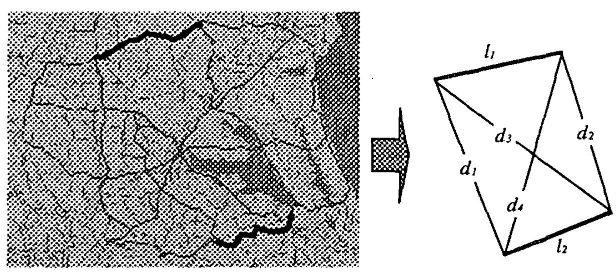

図 1: 2本のリンクの関係

このときリンクの組み合わせによっては，この4つの経路のうち2点間の最短経路に1つの経路しか使われない場合や，2つあるいは3つ4つと使われ場合がでてくる．その場合分けは図 2に示すような5つのパターンになり，それぞれの場合

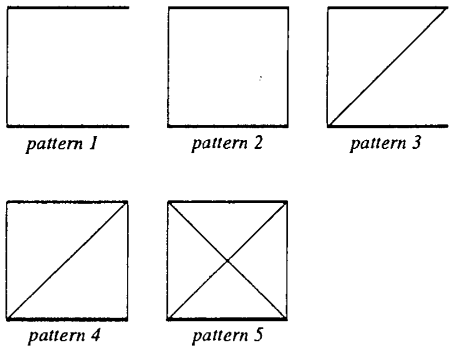

図 2: リンクの関係の場合分け

における距離分布の求め方を概説すると以下のようになる．

パターン1

この場合，経路は1種類しかない．この場合，距離分布はは次のようになる．

・$0 < R \leq l_1$のとき

$$F(r) = \frac{1}{2}r^2 \tag{8}$$
$$f(r) = r \tag{9}$$

・$l_1 < r \leq l_2$のとき

$$F(r) = \frac{1}{2}l_1^2 + l_1(r - l_1) \tag{10}$$
$$f(r) = l_1 \tag{11}$$

・$l_2 < r < l_1 + l_2$のとき

$$F(r) = l_1 l_2 - \frac{1}{2}(l_1 + l_2 - r)^2 \tag{12}$$
$$f(r) = l_1 + l_2 - r \tag{13}$$

パターン2

リンク長をl_1, l_2，リンク間距離をd_1, d_2とする．まず，2つのリンク関係路のうち1つ(d_2)を無視して考える．すると，パターン1と同じ格好になり，この距離分布を求めることができる．しかし，本来2点のペアによっては，d_2を経由した方が距離が短くなるペアが存在する．このようなペアについては，d_1を経由して距離rであったものが，d_2を経由することによって距離が$l_1 + l_2 + d_1 + d_2 - r$になる，と考える．このとき，求める距離分布は，パターン1のグラフの，距離が$(l_1 + l_2 + d_1 + d_2)/2$を超える部分を折り返して足し上げた形になる．

パターン3

ループになっているリンク上に，もう一方のリンクからの距離が，2本ある経路のどちらを経由しても等しくなる点が存在する．この点で，リンクを分割して考える．分割したリンクについて，リンクの場合分けを適応すると，パターン1になる．したがって，この場合の距離分布も求めることができる．

パターン4

パターン3と同様の手法を用いて，2本のリンクをそれぞれ2つに分割して考える．そして，リンクの場合分けを適応すると，パターン1が3つ，パターン2が1つになる．

パターン5

等距離の点を用いると1つのリンクを3つに分割できる．これらのリンクの場合分けは，パターン1が8つ，パターン2が1つになる．

以上の結果から分かるように，リンクを細分化することによって，すべてパターン1とパターン2という2種類の関係のみに帰着せせることができる．

4. 計算例

以上の結果を利用し，コンピュータを用いてネットワークの距離分布を求めるプログラムを作成した．それによる計算例を示す．図 3は図 1にある道路網 (茨城県つくば市周辺国道網) の距離分布である．

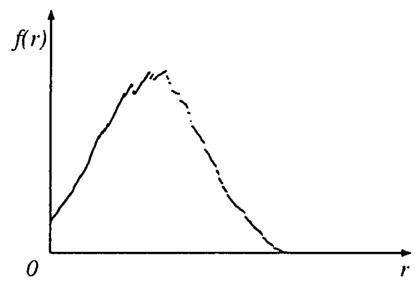

図 3: 計算例

5. おわりに

今回は，ネットワークの距離分布計算方法の説明に終わったが，今後，さらに分析を進めていきたい．

参考文献

[1] 腰塚武志, 小林純一 (1983):道路距離と直線距離. 日本都市計画学会学術研究発表会論文集,pp.43-48.

[2] 谷村秀彦, 腰塚武志, 他 (1986):都市計画数理. 朝倉書店.

[3] 腰塚武志 (1997):移動から見たネットワークの分析. 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集.pp.252-253.