1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

エレベータ稼働率の確率モデル

02202330　中央大学 島川陽一*　SHIMAKAWA Youichi
01303730　中央大学 田口 東　TAGUCHI Azuma

1 はじめに

ビル建設者は，設備の有効利用という点からエレベータの稼働率を予測したい．現在，エレベータの稼働に関する解析は主にコンピュータシミュレーションによって行なわれている [6]．建設されるビルの各フロア間の平均移動人数は，フロアに入居する人数やその機能の性格によってある程度予想することが可能である．当研究では，各フロア間の平均移動人数から，設置されるエレベータの稼働指標を算出するモデルを確率過程に基づいて導出する．稼働指標は，エレベータの稼働率，出動して待機状態になるまでの間に行なわれるサービス回数の分布とエレベータ利用者の待ち時間分布を考える．

2 稼働率の数理モデル

2.1 モデル化に現れる用語の定義

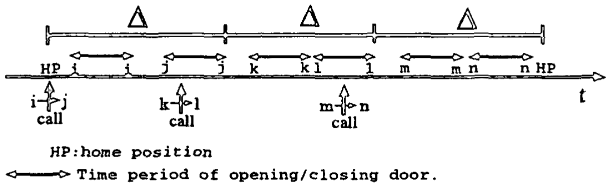

図 1: エレベータの動作

エレベータが待機している時は基準階と呼ばれるあらかじめ決められた停止位置に静止している．i 階から j 階への移動を希望する客は，移動要求を出し，i 階で待つ．この移動要求をコールと呼ぶ．i 階から j 階へのコールによってエレベータは客を運ぶ．これをサービスと言う．エレベータが基準階を出発し，要求されたすべてのサービスを完了して，基準階に帰るまでの一連の動作を連続運転と言う．図 1に連続運転中に 3 回のサービスが含まれている動作を示す．

2.2 モデル導出のための仮定

モデル導出の仮定を以下に列挙する．

- 対象とするビルは n 階建，稼働しているエレベータの台数は 1 台とする．
- コールは発生した順に処理される．
- 連続運転を終了したエレベータは基準階にもどる．
- エレベータの加減速の移動に要する時間とドアの開閉に要する時間を合わせて一定とし，それをΔとおく (図 1)．それ以外の定速運転時間を無視する．
- i 階から j 階へのコールは Poisson 分布にしたがって発生するものとし，平均発生回数は発着フロアに関係なくλとする．
- 1 回の連続運転が k 回のサービスから成っている確率をρ_kとし，これを導出する．また，1 回のサービス時間Δの間に l 回のコールが発生する確率をψ_lとする．

2.3 連続運転中のサービス回数の分布

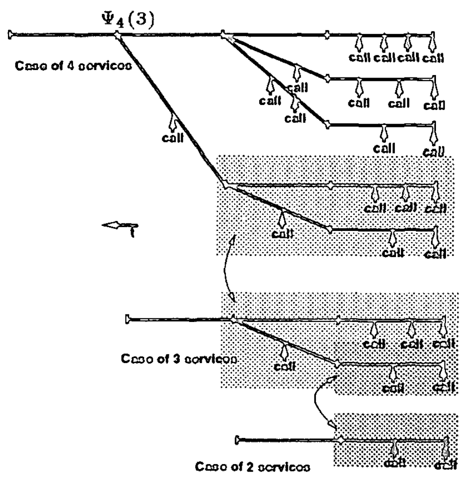

図 2: ダイアグラムの再帰的構造

図 2の各ダイアグラムは，上から連続運転中に含まれるサービス回数が 4 回の場合，3 回の場合，2 回の場合を示している．上のダイアグラムに現れる再帰的構造を利用する．すなわち，n 回のコールを k サービス区間に含む確率を$\Psi_n(k)$ とすると，$\Psi_n(k)$ は次の漸化式で与えられる．

$$\Psi_n(k) = \sum_{i=0}^{n-k} \psi_i \Psi_{n-i}(k-1) \quad (1)$$

$$\Psi_n(1) = \psi_{n-1} \quad (2)$$

連続運転中に n 回のコールを含む確率をρ_nは上式を使って以下のように与えられる．

$$\rho_n = \psi_0 \Psi_n(n) \quad (3)$$

2.4 稼働率

次に，任意のある時点でエレベータが基準階に停止している確率を考えよう．図 3に過去 4Δの間に関して起こり得るコールの回数を表すダイアグラムを示す．左端点でエレベータが待機状態であるためには，直前のΔ時間に発生してよいコール数は 0，2Δ前の期間では 1 回以下，$\cdots$，$n\Delta$前の期間では $n-1$ 回以下である．上と同様のダイアグラムを描くと再帰的な構造が現れる．kサービス区間に n 回以下のコールを含む確率を$\Phi_n(k)$，としてこの構造を漸化式で表現すると，エ

[1]simakawa@taguchi-lab.ise.chuo-u.ac.jp

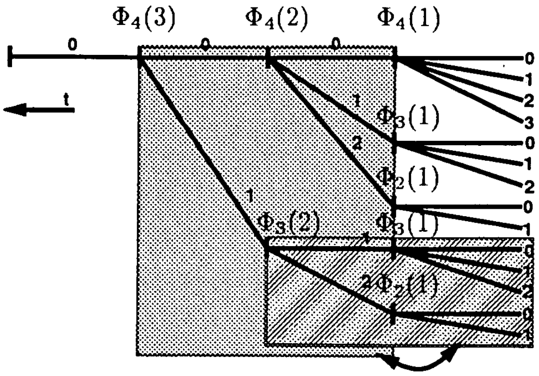

図 3: 過去 4Δの間に関して起こり得るコールの回数

レベータが n 回以下のサービスを完了し，基準階で停止状態にある確率をθ_nは以下のように与えられる．

$$\theta_n \quad = \quad \psi_0\Phi_n(n) \tag{4}$$

ただし，

$$\Phi_n(k) \quad = \quad \sum_{i=0}^{n-k}\psi_i\Phi_{n-i}(k-1) \tag{5}$$

$$\Phi_n(1) \quad = \quad \sum_{i=0}^{n-1}\psi_i \tag{6}$$

である．$\theta_\infty = \psi_0\Phi_\infty(\infty)$ は基準階でエレベータが停止状態にある確率を与える．したがって，

$$R_r \quad = \quad 1-\theta_\infty \tag{7}$$

はエレベータの稼働率を与える．

当モデルでは，発着階に関係なくコールは Poison 分布にしたがって発生し，平均発生回数は単位時間あたりλとすることを仮定している．したがって，Δ時間にk回のコールが発生する確率は以下の式で与えられる．

$$\psi_k = \prod_{l=1}^{k}\frac{\Delta}{k!}\lambda e^{-\Lambda\Delta} \tag{8}$$

ただし，$\Lambda = (i \times j)\lambda$である．

2.5 待ち時間分布

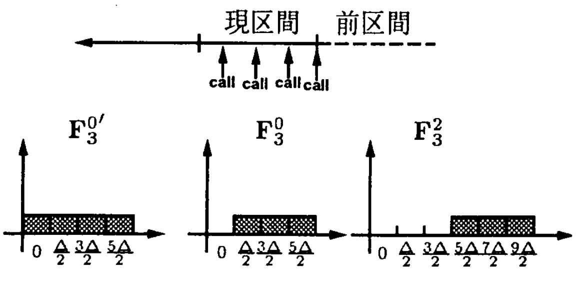

図 4: コールが 3 回発生した場合の待ち時間分布

現在のサービス区間に 3 回のコールが発生した場合を考えよう (図 4)．エレベータが基準階で停止していたとすると，最初のコールを加えて，利用者の待ち時間は 0，2 番目の利用者の待ち時間は平均して$\frac{1}{2}\Delta$，3 番目の利用者の待ち時間は平均して$\frac{3}{2}\Delta$，4 番目の利用者の待ち時間は平均して$\frac{5}{2}\Delta$となる．この場合の利用者の待ち時間分布は図 4の下左となる．次に，エレベータが動いている場合に，前区間からの未完了サービスがなければ，待ち時間の分布は図 4の下中となる．最後に，未完了サービスがあるとその分だけ待ち時間分布がずれる．2 回未完了サービスがある場合の分布を図 4 の下右に示す．前のサービス区間からの未完了サービス回数が j で，1 区間に n 回のコールが発生する場合の待ち時間分布を $\mathbf{F}_n^j$ と表す．

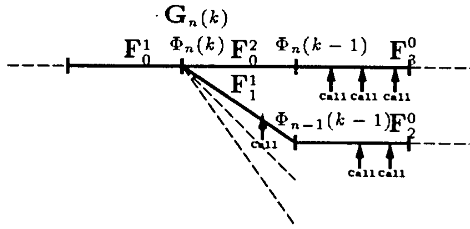

図 5: 待ち時間分布の計算

図 5に示すダイアグラムにおける待ち時間分布を考える．$\mathbf{G}_n(k)$ はkサービス区間で n 回のコールが起こる時の待ち時間分布とする．$\mathbf{G}_n(k)$ は$\Psi_n(k)$ を導出した時と同様に，再帰的構造を利用して求めることができる．この分布，$\mathbf{G}_n(k)$ はその直前のΔ時間までの分布にその区間に起こるコールの発生確率ψ_iをかけたものの和に現在のΔ時間に起こる待ち時間分布の和で与えられる．したがって，これを一般化すると

$$\mathbf{G}_n(1) \quad = \quad \psi_n\mathbf{F}_n^{0'}R_r \tag{9}$$

$$\mathbf{G}_n(k) \quad = \quad \sum_{i=0}^{n-k}\left(\psi_i\mathbf{F}_i^{n-k-i}\Psi_{n-i}(k-1)+\psi_i\mathbf{G}_{n-i}(k-1)\right) \tag{10}$$

となる．

参考文献

[1] 田口東:*Journal of the Operations Research Society of Japan.*Vol.37,No.3,(Sep. 1994),pp.232.

[2] 三浦英俊:交通機関の利用待ちモデル，日本OR学会 1997 年度秋季研究発表会アブストラクト集，pp.64-65.

[3] 島川陽一:エレベータ待ち時間の確率モデル，日本 OR 学会 1997 年度秋季研究発表会アブストラクト集，pp.62-63.

[4] Youichi Shimakawa: Estimation of Waiting Time Distribution for an Elevator Using Origin Destination List,*Apors'97 Conference Program*,WB.10.2(1997)

[5] 広沢宏太郎，岩坂達夫: エレベーター群の待ち合わせ問題，日立評論，Vol.54, No.12(1973), pp.1119-1124.

[6] 新保松夫，藤田明，寺山圭祐: 平常時におけるエレベータ交通のシュミレーションとその応用，三菱電気技報，Vol.46, No.8(1972), pp.985-1004.

[7] 森村英典，大前義次: 応用待ち行列理論，日科技連，1975.