1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

BDDによる電力系統構成決定問題の解法

01506440 茨城大学 *林 泰弘 HAYASHI Yasuhiro
01403655 茨城大学 奈良 宏一 NARA Koichi

1．まえがき

一部の電力系統では、変電所で事故が発生しても別の変電所がその需要家（負荷）に電力を供給できるように、送電線の両端を異なる変電所に遮断器を介して接続している。通常、需要家は、遮断器の入切によりどちらか一方の変電所から電力供給を受ける。しかしながら、両端電源の送電線数の増加に伴って遮断器の入切による系統構成の組合せ数が急増するため、実規模系統での最適な構成の決定は専門家でも容易ではない。そこで、本稿では、最適な電力系統構成を決定する問題を、最小木問題として捉え、これを二分決定グラフ(BDD)を用いて解くことを試みる。また、小規模系統モデル上での数値計算例より、解法の妥当性を検証する。BDDによる探索手法は、論理関数に基づく厳密解法であるため、問題が論理制約式により定式化されれば、得られた解は最適解であることが保証されるという利点を持つ。

2．BDD

二分決定グラフ(Binary Decision Diagram:BDD)[1]とは、論理関数をコンパクトに効率良く表現したグラフである。一般に、論理関数は変数のとる値によって木構造で表現することができる。例えば論理関数 $\bar{x}_1 x_2 + x_3$ の値は、図1(a)のように、変数を節点とし、その変数への論理値 0、1 の割当を枝とする木表現となる。非終端節点(丸い節点)は変数でラベル付けされており、これを変数節点と呼び、終端節点(四角い節点)は論理値でラベル付けされており、定数節点と呼ぶ。変数の値が 0、1 のとき辿る枝を、それぞれ0枝、1枝と呼ぶ。この木表現に変数順位(ここでは $x_3 < x_1 < x_2$ とする)を導入し、終端節点、重複節点の共有化、冗長節点の削除を行うことによって既約化した木構造を既約な順序付きBDD(reduced ordered BDD:ROBDD)と呼ぶ(図1(b))。以下、ROBDDを単にBDDと呼ぶ。

論理関数のBDDを生成できれば、その充足解を見つけることは容易である。なぜなら、BDDの根から論理値1の定数節点へ至るパス(1-パス)を見つければ良いからである。BDDの途中の各節点からは恒偽関数でない限り少なくとも1個の1-パスが存在するので、論理値0の定数節点を避けるように辿っていけば必ず1-パスが得られる。

一般に、論理関数を充足する解は複数存在する。そこで、各変数の値に対して、ある種のコストを定義し、コストの総和を最小にするようなパスを見つけることによって、組合せ最適化問題を解くことができる（図1(b)参照）。

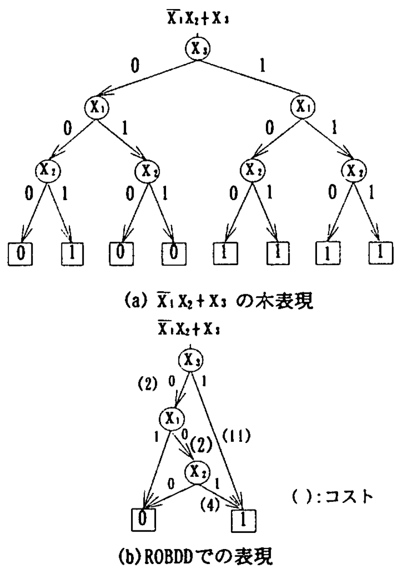

図1 論理式の木表現とROBDD

3．電力系統構成決定問題

本稿で取り扱う電力系統構成決定問題は、(1)各変電所の供給負荷量が目標値を超過せず、かつ、(2)放射状系統で構成されるという制約の下で、系統全体の送電損失が最小となるように、送電線の両端の遮断器の状態(オンオフ)を決定する問題である。本問題を図的に表現すると、例えば図2のようになる。送電線両端の遮断器の一方がオンの時はもう一方がオフとなるため、M個の負荷がある場合には、2^M通りの系統構成が考えられる。

問題の定式化は以下の通りである。

［目的関数］

$$F = \sum_{j=1}^{M} \sum_{i \in \Omega_j} LOSS_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \text{最小化} \qquad (1)$$

［制約条件］

（供給負荷量に関する制約）

$$T_i \geq \sum_{j \in \Omega_i} C_j X_{ij} \qquad (i = 1 \sim N) \qquad (2)$$

（放射状系統構成制約）

$$\sum_{i \in \Omega_j} X_{ij} = 1 \qquad (j = 1 \sim M) \qquad (3)$$

但し、i:変電所番号、N:変電所 i の総数、j:負荷番号、M:負荷 j の総数、$LOSS_{ij}$:変電所番号 i と負荷 j との間の送電損失、X_{ij}:負荷 j が変電所 i から電力供給を受けるかどうかを決定する 0-1 変数 (0:供給を受けない、1:供給を受ける)、T_i:変電所 i の供給目標負荷量、C_j:負荷 j の負荷量、S_j:負荷 j が接続している 2 つの変電所番号の集合、U_i:変電所 i が接続している負荷番号の集合

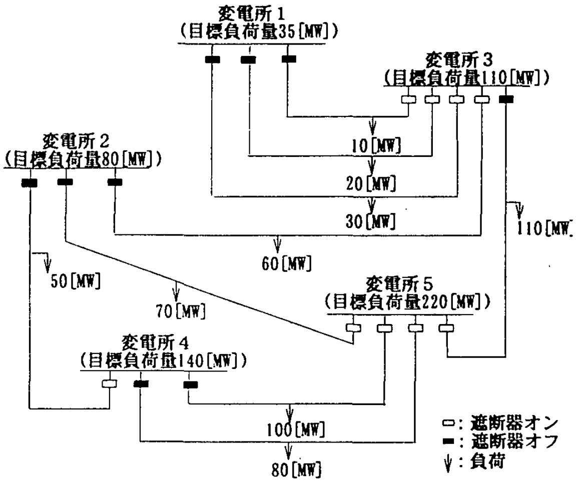

図2　例題モデルの図的表現

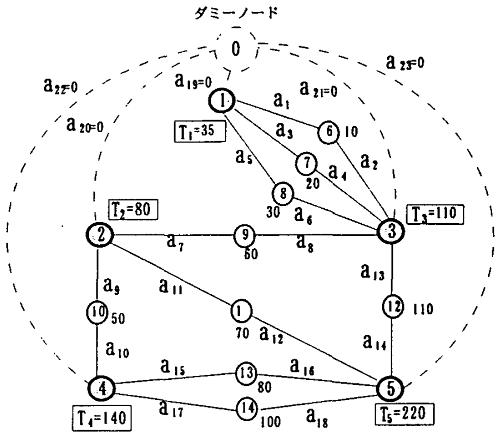

図3　制約付き最小木問題のグラフ表現

4. 解法

本稿では、先に定式化した電力系統構成決定問題を制約条件付きの最小木問題としてとらえ、これを BDD 処理系で解く方針をとる。原問題を最小木問題として扱うために、まず、図2の変電所と負荷をノード、送電線をブランチとしたグラフを作成する(図3)。次に原問題の実行可能解をこのグラフ上の木で表現するために、ノード番号0のダミーノードとそこから変電所(ノード1～5)までを接続するコスト0のダミーブランチ(点線で表示)を追加する。最後にブランチ i のコスト a_i に、送電線 i の送電損失を与える。以上より、解くべき問題は作成された図3に示すグラフ上で、制約条件式((2)、(3)式)を満たす最小木を求める問題(以下、制約付き最小木問題と呼ぶ)とすることができる。この制約付き最小木問題を BDD で解く際の手順は以下の通りである。

(手順1)問題を以下のように定式化する。

目的関数 $$G=\sum_{k=1}^{2M} a_k \cdot x_k \rightarrow \text{最小化} \quad (4)$$

制約式 $$f(x_1, x_2, \cdots, x_{2M})=1 \quad (5)$$

f:論理関数式、a_k:ブランチのコスト、x_k:論理変数、M:論理変数の数

(手順2)制約論理関数 f を BDD で記述する。

(手順3)BDD の各変数節点から出ている1枝に a_i、0枝に0を割り当てる。

(手順4)1 節点に至る経路の集合の中から総コスト最小の経路を探索する。

5. 数値計算例

図2の小規模な例題モデル(変電所数:5、負荷数:9)に対し、提案手法を適用した結果を以下に示す。ただし、BDD の構築、ならびに BDD 上の最小コスト経路の決定には、汎用的BDDパッケージである BEM-II [3] を使用した。提案手法により、制約条件式を満たす4つの系統構成(候補1から候補4)が得られ、それらの中で総送電損失最小の候補1が最適構成として決定された。

一方、提案手法の妥当性を検証する為に、全数探索により、制約条件式を満足する系統構成と送電損失最小の構成を調べた。その結果、提案手法と全く同じ系統構成が得られた。

6. まとめ

本稿では、電力系統構成決定問題を制約付きの最小木問題として捉え、これを解くためにBDD を適用した。また、小規模系統モデル上での数値計算を行った。今後、提案手法を実規模の例題で検証すると共に、他手法の結果との比較検討を行っていく。

文　献

[1] Bryant.R.E.:"Graph-based Algorithm for Boolean Function Manipulation,IEEE Trans. Comput.,Vol.C-35,No.5,pp.677-691(1986)

[2] Y.Hayashi et al.,:"Efficient Determination of Optimal radial Power System Structure Using Hopfield Neural Network With Constrained Noise",IEEE Trans.on Power Delivery, Vol11, No.3, pp1529-1535(1996)

[3] 湊:"BEM－II:二分決定グラフを用いた算術論理式計算プログラム"、信学技法、COMP92-75, pp.15-22(1993)