1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

小売業における最適棚卸し頻度に関する研究

01204194　流通科学大学情報学部　＊　三道　弘明　SANDOH Hiroaki
02202474　流通科学大学大学院　　島本　浩　SHIMAMOTO Hiroshi

1. はじめに

スーパーやコンビニエンス・ストアなどの小売りにおいては，商品によって帳簿やコンピュータ上の商品在庫(以下ではこれをコンピュータ在庫と呼ぶ)数と店舗に存在する実在庫数の間に，種々の要因で「ズレ」が発生することが多い．このようなズレは一般に棚卸しによってはじめて検出され，ズレが検出された場合にはその原因を可能な限り追究した上で，コンピュータ在庫が修正される．

一方棚卸しは，その目的に応じて，次の２種類に分類することができる．

(1) 税法上年に１回あるいは２回実施される決算棚卸し．

(2) コンピュータ在庫と実在庫間のズレを検出し，修正することを目的として定期的に実施する定期棚卸し．

コンピュータ在庫と実在庫とのズレ (すなわちロス) は，一般に時間の経過に伴って大きくなる．このズレが大きくなると，その原因追究のための追求に要する時間や労力などの費用も大きくなる．このため，ズレがあまり大きくならないうちにそれを検出し，コンピュータ在庫を修正することが定期棚卸しの目的の一つである．

決算棚卸し及び定期棚卸しのいずれにおいても，棚卸しを実施するには店舗営業を休止したり，在庫調査を外部に委託するなどの関係で，棚卸しの実施には大きな費用を伴うこととなる．このため，定期棚卸しを頻繁に行うと，棚卸し実施のための累積費用が大きくなる．しかしながら，定期棚卸しの頻度を低くすると時間とともに在庫のズレが大きくなり，原因追究のための時間や労力などの費用が大きくなる．

以上に述べたように，定期棚卸しは現場でのロスを小さくするという意味で重要な役割を果たしているにも拘わらず，その効果と実施に関わる労力や時間を考慮した上で，定期棚卸しの実施時期や実施頻度を科学的に求めようとした研究は，これまでのところ一切見られない．本研究では，定期棚卸しに焦点を絞った上で，その適切な実施時期あるいは頻度について考察を行う．ここでは，棚卸しを実施するのに直接必要な棚卸し費用と，ズレを検出した場合に発生する原因追究費用に注目し，これらを勘案した上で，最適な棚卸し実施時期を求めるための数理モデルを構築する．

2. 仮定と方策

本研究では，以下のように仮定する．

(1) ズレの原因となる事象は，時間に関してランダムに発生する．すなわち，ズレの発生はパラメータλのポアソン過程 [1] に従う．

(2) 実在庫とコンピュータ在庫とのズレは棚卸しによってのみ検出される．

(3) ある商品においてズレが発生した場合，その商品に対して原因追求を目的とした調査を実施し，その後コンピュータ在庫が実在庫に一致するよう，コンピュータ在庫を修正する．

上に述べたような仮定の下，本研究では棚卸しの実施時期に関して次のような方策を考える．

[方策]

同じような頻度でズレが発生し，ズレが発生したときに同様の調査費用が必要となるn種類の商品群を対象として考え，決算棚卸し実施時間間隔をT(具体的には１年あるいは半年) と表すこととする．このとき，Tを$N(N=1,2,\cdots)$等分し，時点$iT/N(i=1,2,\cdots,N-1)$で定期棚卸しを実施する．すなわち，定期棚卸しは一定時間間隔で実施され，Nはその頻度を表すこととなる．

このような棚卸し実施時期に関する方策を前提とするとき，決定変数は定期棚卸し実施頻度を表すNである．

3. 期待費用

本章では，前述の方策を前提としたときの単位時間当り期待費用を定式化する．はじめに，発生した実在庫とコンピュータ在庫のズレの原因追究による調査費用を定式化し，次に単位時間当り期待費用を導出する．

仮定 (1),(2),(3) の下で先述の方策を実施するとき，棚卸し終了後コンピュータ在庫を修正完了した時点で，

実在庫とコンピュータ在庫とのズレは0になる．従って，プロセスの振舞は棚卸し実施時期を再生点とする再生報酬過程 [2,3] とみなすことができる．以下では，ズレが検出された商品に対する原因追究調査に要する時間が棚卸し時間間隔である T/N に比例するものとし，単位時間当り調査費用を c_1 と書くこととする．このとき，単位時間当り期待費用 $C(N)$ は

$$C(N) = \frac{\frac{nc_1T}{N}F\left(\frac{T}{N}\right) + c_2(n)}{\frac{T}{N}} \qquad (1)$$

となる．ここに，$c_2(n)$ は n 個の商品に対する棚卸し実施費用を表す．

以上，単位時間当りの期待費用を定式化した．以下では，この期待費用を最小にするという意味での最適な棚卸し頻度 $N = N^*$ に関する解析を行う．

4. 最適棚卸し時期

式 (1) の $C(N)$ を最小にするような N について解析するには，$C(N)$ の N に関する差分とるのが自然である．しかし，以下では解析をより簡単にする目的で

$$y \equiv \frac{T}{N}, \quad y \in (0, T] \qquad (2)$$

なる変数変換を行った上で，$C(y)$ を最小にする y について解析することとする．なお，y は定期棚卸し実施時間間隔を表している．

$C(y)$ を y について微分すると，$C'(y) \geq 0$ は

$$y^2 e^{-\lambda y} \geq \frac{c_2(n)}{nc_1\lambda} \qquad (3)$$

と等価であることがわかる．

ここで，不等式 (3) の左辺を $L(y)$ とおくと

$$\lim_{y \to +0} L(y) = 0 \qquad (4)$$

$$L(T) = T^2 e^{-\lambda T} \qquad (5)$$

$$L'(y) = ye^{-\lambda y}(2 - \lambda y) \qquad (6)$$

が成立し，$L(y)$ は $y = 2/\lambda$ で最大値をとることがわかる．このことから $C(y)$ を最小にする $y = y^*$ あるいは $C(N)$ を最小にする $N = N^*$ は以下のようになる．

(1) $\lambda T \leq 2$.

この場合，$L'(y) \geq 0$ であり，$L(y)$ は y に関する単調増加関数である．従って $C(N)$ を最小にする $N = N^*$ は，以下のような場合分けの下で議論される．

i) $L(T) = T^2 e^{-\lambda T} > c_2(n)/(nc_1\lambda)$.
このとき，$C(y)$ は減少から増加に唯一度だけ変化する．すなわち，$C(y)$ を最小にする $y = y^* \in (0, T]$ が唯一存在する．但し，最適な N は $N^* = [T/y^*]$ あるいは $[T/y^*] + 1$ のうち $C(N^*)$ の値を小さくなる方である．ここに，$[\cdot]$ は$\cdot$を超えない最大の整数を表す．

ii) $L(T) = T^2 e^{-\lambda T} \leq c_2(n)/(nc_1\lambda)$.
この場合には，$C(y)$ は単調減少関数であり，$y^* = T$ すなわち $N^* = 1$ である．これは，定期棚卸しは一切行う必要がないことを意味している．

(2) $\lambda T > 2$.

この場合には，$L'(y)$ の符号は正から負に唯一度だけ変化する．なお，$C(N)$ を最小にする $N = N^*$ は，$L(y)$ の最大値である $L(2/\lambda) = 4/(\lambda e)^2$ の値と，式 (3) 右辺の値との大小関係に応じて，以下のような場合分けの下で議論される．

i) $L(2/\lambda) = 4/(\lambda e)^2 > c_2(n)/(nc_1\lambda)$.
このとき，$C(y)$ は減少から増加に変化した後，更に減少することがわかる．従って $C(y)$ の極小値を $y = y_1$ とすると

$$C(y_1) < C(T) \qquad (7)$$

が成立するならば，$y^* = y_1$ である．不等式 (7) が成立しない場合には，$y^* = T (N^* = 1)$ である．

ii) $L(2/\lambda) = 4/(\lambda e)^2 \leq c_2(n)/(nc_1\lambda)$.
このとき，$C(y)$ は単調減少関数であり，$y^* = T$ すなわち $N^* = 1$ である．

なお，λT は決算棚卸しの時間間隔，すなわち $(0, T]$ におけるズレの平均発生回数を表している．よって，上の場合分けにおいて，(1) はほとんどズレが発生することがない非現実的な場合を表しており，(2) が現実的な場合を表している．また，(1)，(2) の場合分けの条件式に現れた2という数字は，ズレの発生がランダムである (ポアソン過程に従う) という仮定と，原因追究のための調査時間が定期棚卸しの時間間隔 y に比例するという仮定に依存したものである．また，数値例は紙数の関係上当日報告させていただく．

参考文献

[1] 尾崎俊治，確率モデル入門，朝倉書店, 1996.

[2] S. M. Ross: *Introduction to Probability Models, 5th ed.*, Academic Press, New York, 1993.

[3] S. Ross: *Stochastic Processes, 2nd ed.*, Wiley, New York, 1983.