

資源制約付きスケジューリング問題に対する近似解法

京都大学 西谷 真 NISHIYA Makoto
02401594 京都大学 *野々部 宏司 NONOBE Koji
01001374 京都大学 茨木 俊秀 IBARAKI Toshihide

1 はじめに

スケジューリング問題は、オペレーションズリサーチや組合せ最適化の分野などにおいて盛んに研究されている問題の一つである。特にフローショップ問題やジョブショップ問題などに対する研究は古く、分枝限定法や整数計画法等による厳密解法や dispatching rule によるシミュレーションに加えて、近年ではメタ戦略による近似解法も提案されている ([1, 4] など)。しかし、実社会に現れる問題のほとんどはジョブショップ問題のように簡潔に記述できるわけではなく、労働力、資源、段取り替え作業等、様々な要素を考慮に入れた上で問題の定式化を行わなくてはならない。

このことから、本研究では、より広範囲の問題を扱うことが可能な、資源制約付きスケジューリング問題 (*Resource Constrained Project Scheduling Problem*, RCPSP) に対し、局所探索、及びメタ戦略による近似解法を構築し、現実問題にも対応できるアルゴリズムの実現を目指す。また、より複雑な問題を扱うために問題の拡張についても考察する。

2 問題定義

一般に、RCPSP は以下のように記述できる [5]: 作業間の先行関係 (半順序) が制約として与えられている J 作業 ($j = 1, 2, \dots, J$, 処理時間はそれぞれ d_1, d_2, \dots, d_J) に対し、 R 個 ($r = 1, 2, \dots, R$) の資源制約を満たした上で、ある目的関数 f (例えば、最大完了時刻) を最小にするように各作業 j の開始時刻 x_j を決定する。但し、作業 j の処理中、資源 r を各単位時間に $k_{jr} (\geq 0)$ ずつ必要とするものとし、 $K_{rt} (\geq 0)$ を時刻 t における資源 r の供給量とする ($r = 1, 2, \dots, R$)。これによ

り、資源制約は、

$$\sum_{j \in J_t} k_{jr} \leq K_{rt}, \quad r = 1, 2, \dots, R, \\ t = 1, 2, \dots, T,$$

と表される。ここで、 J_t は時刻 t において処理中である作業の集合、 T は最大完了時刻の上界値である。

RCPSP は多くの問題を定式化可能である。例えば、 m 機械ジョブショップ問題は、与えられた先行関係の下で、作業 j が機械 r で処理される (されない) ならば $k_{jr} = 1$ (0)、 $K_{rt} = 1$ ($r = 1, 2, \dots, m, t = 1, 2, \dots, T$) とすれば良い。

3 アルゴリズム

RCPSP に対しても、多くの近似解法が提案されている。その代表的なものとして、優先規則 (priority rule) に基づいてスケジュールを作成していくものなどがあるが、近年、局所探索に基づく近似解法も幾つか提案されている (例えば [2, 3])。大規模な問題に対する局所探索法 (及びその変形) の有用性は RCPSP のみならず、多くの組合せ最適化問題に対して示されており、本研究でも、局所探索法を基本とした近似解法を考える。

まず、解 (スケジュール) の表現方法について考える。定義に従えば、解は各作業 j の開始時刻 x_j を成分とする J 次元ベクトル $x = (x_1, x_2, \dots, x_J)$ で表される。しかし、 x に対しては自然な近傍の定義が困難であり、効果的な局所探索を実現し難い。

そこで、ここでは、全作業の順列 $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_J)$ を用意し (但し、 π_j は作業 j の順位を示す)、 π_j の小さい作業 j から順に、その開始時刻 x_j を決定していくことによりスケジュールを構成する。すなわち、作業 j のスケジュールは、 $\pi_i < \pi_j$ を満たす全ての作業 i のスケジュールが

決定しているという状況で、全ての資源制約、及び先行制約を満たす(実行可能となる)最早時刻を作業開始時刻 x_j とするのである。この方法で、実行可能なスケジュールが生成されるには、 π が、先行関係を定義する半順序 \prec に対するトポロジカル整列であることが必要十分である。また、目的関数 f が、単調性 $x \leq x' \Rightarrow f(x) \leq f(x')$ を満たすならば、トポロジカル整列全てからなる集合 Π の中に最適スケジュールを生成する順列 π^* が少なくとも1つ存在する。以上の性質に基づいて、本研究では Π を探索空間とする。

また、現在の解(順列) π において、 $\pi_{j_2} < \pi_{j_1}$ かつ $j_2 \prec j_1$ が成立しているとき、作業 j_1 を作業 j_2 より前に移すことを解の移動 (j_1, j_2) と呼び、これらの移動によって得られる解の集合を π の近傍 $N(\pi)$ とする。但し、 $\pi_{j_2} < \pi_{j'} < \pi_{j_1}$, $j' \prec j_1$ となる作業 j' が存在する場合、先行関係を破らないよう、 j' も j_2 より前に移動する。ここで、局所探索中、全ての $(j_1, j_2) \in N(\pi)$ を候補に探索を行うことは非効率であると思われる。そこで、 j_2 との資源の競合により j_1 の開始が遅れている場合に限り、 (j_1, j_2) を次の解の候補として考慮する。

さらに、多スタート局所探索、反復局所探索、タブー探索等のメタ戦略と組合せ、探索能力を上げる必要がある。

4 問題の拡張

RCPSPにより多くのスケジューリング問題が定式化できるが、以下のような拡張を行うことで、より一般的な問題を扱うことが可能となる。

- 各作業の処理方法を複数用意し、その1つを選択する(multi-mode RCPSP と呼ばれ、[3]などで扱われている)。例えば、機械1を用いると処理時間は短いが多く資源を必要とし、機械2を用いると処理時間は長いが資源は少量で済むといった状況に対応できる。
- 作業 j が必要とする資源 r の量を、処理中一定 ($= k_{jr}$) ではなく、処理の進行に応じて変動可能にする。これにより、作業 j_1 の処理完了後、直ちに作業 j_2 の処理に移らなくてはならないといった制約も、 j_1 と j_2 を1つの作業とみなすことにより考慮できる。

- 機械に対応する資源など、 $K_{rt} = 1$ ($t = 1, 2, \dots, T$), $k_{jr} \in \{0, 1\}$ ($j = 1, 2, \dots, J$) が成立する資源 r において、作業 j_1 と作業 j_2 の間には、資源 r を消費する別の作業は行えないといった制約を用意する。さらに、処理に必要な資源の量が(資源 r 上における)先行作業や後続作業に依存して決定されるものとする。これにより、段取り替え作業(setup)を伴うスケジューリング問題にも対応可能となる。

5 おわりに

資源制約付きスケジューリング問題に対する近似解法を提案し、さらに、問題の拡張についても検討した。なお、詳しい計算結果は当日発表させて頂く予定である。

参考文献

- [1] Blażewicz, J., Domschke, W. and Pesch, E., “The job shop scheduling problem: conventional and new solution techniques”, *European Journal of Operational Research* 93 (1996) 1-33.
- [2] Cho, J-H. and Kim, Y-D., “A simulated annealing algorithm for resource constrained project scheduling problems”, *Journal of the Operational Research Society* 48 (1997) 736-744.
- [3] Mori, M. and Tseng, C.C., “A genetic algorithm for multi-mode resource constrained project scheduling problem”, *European Journal of Operational Research* 100 (1997) 134-141.
- [4] Nowicki, E. and Smutnicki, C., “A fast taboo search algorithm for the job shop problem”, *Management Science* 42 (1996) 797-813.
- [5] Sprecher, A., Kolisch, R. and Drexel, A., “Semi-active, active, and non-delay schedules for the resource-constrained project scheduling problem”, *European Journal of Operational Research* 80 (1995) 94-102.