設置に費用を伴う施設の競合配置問題

02003734 神戸芸術工科大学 *大角 盛広 OSUMI Shigehiro
01204084 大阪大学 塩出 省吾 SHIODE Shogo
01302694 大阪府立大学 寺岡 義伸 TERAOKA Yoshinobu
01005194 大阪大学 石井 博昭 ISHII Hiroaki

1 はじめに

競合環境下での施設の配置問題は、直線上での配置を扱ったHotelling [1] の研究に始まりネットワーク上や平面上において多くの研究がなされている。([2], [3])

本研究では、施設を設置するコストも考慮に入れて、競合する2企業が直線上および平面上に施設を配置する問題を考える。競合関係にある2企業が施設を交互に配置する問題に関しては、次の2つのタイプの問題、すなわちメジアノイド問題とセントロイド問題が考えられる。

1. メジアノイド問題
   すでに配置されているすべての施設の位置を知った上で、新たに配置する施設の最適配置を求める問題
2. セントロイド問題
   自己の施設を配置した直後に競合相手が施設をメジアノイド問題の解として最適になるように配置してくることを考慮に入れて、自己の施設の最適配置を求める問題

本研究ではこれを定式化し、これらの問題に対して最適解を求める。

2 モデルの概要

2企業が自己の利益のみを考え、より多くの購買力の獲得をめざして施設を配置するものとする。最初は企業Xが出店しており購買力を独占しているとする。ここに競合相手の企業Yが店舗を出店し、企業Yの施設によって奪われた購買力を企業Xが2つめの店舗を出店することで奪い返すというモデルを考える。このとき、設置により増加する購買力が設置コストに見合わない場合は出店をひかえるため、必ずしも企業Xが2つめの出店をするとは限らない。すなわち、企業Yは次に企業Xが出店するか否か、出店するとすればどこに出店するはずであるかを考えて自己の施設の位置を決定しなければならないことになる。

以下の仮定を設ける。

1. 客は最も近い施設を利用する。
2. 同一の場所に複数の施設は設置できない。
3. すべての施設の設置コストは等しい。

3 直線上の離散モデル

需要点が直線上に離散的に分布している市場を考える。次の記号を用いる。

- a_i：i番目の需要点の位置 $(a_1 < a_2 < \cdots < a_n)$
- w_i：i番目の需要点の購買力 $(w_i > 0, W = \sum w_i)$
- C：設置コスト $(C > 0)$
- x_1：企業Xの最初の店舗X_1の配置位置
- y_1：企業Yの店舗Y_1の配置位置
- x_2：企業Xの2番目の店舗X_2の配置位置
- $W_{x_1}(x_2|y_1)$：y_1, x_2に施設があるときx_1の位置で獲得できる購買力
- $W_{y_1}(x_2|y_1)$：y_1, x_2に施設があるときy_1の位置で獲得できる購買力
- $W_{x_2}(x_2|y_1)$：x_1, y_1に施設があるときx_2の位置で獲得できる購買力

ただし上記において最初の独占状態としてx_1は

$$\sum_{a_i<x_1} w_i < \frac{1}{2}W \text{ かつ } \sum_{a_i<=x_1} w_i >= \frac{1}{2}W$$

を満たす位置(メジアン点)にあるものとする。以上のもとでメジアノイド問題とセントロイド問題は次のように定式化される。

1. メジアノイド問題

$$f(x_2|y_1) = W_{x_1}(x_2|y_1) + W_{x_2}(x_2|y_1) - 2C$$

を最大にする x_2を求める問題。関数の最大値が0未満の場合はXは X_2を配置しない。0以上の場合の解を x_2^*とする。

2. セントロイド問題

$$g(y_1) = W_{y_1}(x_2^*|y_1) - C$$

を最大にする解 y_1^*を求める問題。

3.1 解法

解の探索範囲をせばめるため、次の性質が利用できる。

性質1. 施設の最適配置の1つは需要点上にある。

性質2. X_2が設置されるならば、x_2^*の1つは y_1と隣接する。

性質3. X_2が設置されるならば、y_1^*が x_1に隣接することはない。

x_1,y_1の配置パターンを以下の2つに分類して考える。

1. y_1と x_1の間に需要点が1個以上ある。
2. y_1と x_1が隣接する。

それぞれ X_2が設置されるか否かで場合分けしてXとYの獲得購買力を求め、解の候補を列挙し、その中から最適解を求める。列挙の方法については当日報告する。

4 直線上の連続モデル

需要点が閉区間 [0,1] 上に連続に分布しており密度関数 $w(x)$ が既知とする。企業Xの最初の独占状態として次の2つの場合を考える。

1. x_1 が市場の重心にあるとき。
2. $x_1 = 1/2$ にあるとき。

x_1が重心ではなく距離の中心にあるとき、Y_1と X_2とはどちらも X_1に対して購買力の大きい方の側に設置するということが言えるので、右側の購買力の方が大きいと仮定して右側のみを考える。

4.1 解法

以下の性質を利用する。

性質1. X_2が設置されるならば、x_2^*は y_1と隣接する。

性質2. X_2が設置されるならば、y_1^*が x_1に隣接することはない。

$k = (x_1 + y)/2$ とすると、

- $C < \int_{x_1}^1 w(x)\,dx \leq 3C$ならば

$$\int_y^1 w(x)\,dx = C \text{ または } \int_k^y w(x)\,dx = C$$

を満たす yの位置が y^*であり、このとき X_2は設置されない。

- $\int_{x_1}^1 w(x)\,dx > 3C$ならば Y_1も X_2も必ず設置され、そのとき

$$\int_{x_1}^k w(x)\,dx = \int_k^y w(x)\,dx = \int_y^1 w(x)\,dx$$

を満たす yの位置が y^*である。このとき x_2^*は y^*の左右どちらかに隣接する。

5 おわりに

設置コストがかからない場合には Y_1は後から参入する X_2に必ず購買力を奪われるが、設置コストを考慮した場合 X_2が参入できないような位置に Y_1が配置して有利な展開をすることができることがわかる。

連続モデルの解において明らかなように、市場全体の購買力が増えると Y_1の最適配置位置がかなり大きく変化する。これはマーケットの成長性を考慮した最適配置を行おうとする場合には重要な示唆となるであろう。

なお、距離として $d(p,q) = |p_x - q_x| + |p_y - q_y|$ で定義される直角距離を用いた平面上のモデルについても考察しているので進展があれば当日発表したい。

参考文献

[1] Z. Drezner : "Competitive Location Strategies for Two Facilities", Regional Science and Urban Economics Vol. 12 (1982), pp. 485-493.

[2] H. Hotelling : "Stability in Competition", Economic Journal 39 (1929), pp. 41-57.

[3] 塩出省吾 : "競合状態下の配置問題", 第4回RAMPシンポジウム論文集 (1992), pp. 104-115.