ＧＡによる学習グループ構成問題の解法

01602305　岡山理科大学　宮 地 功　MIYAJI, Isao

1．は じ め に

小学校では，仲間作り，仲の良いまとまりのある学級を作ることを目標にしている[2]．また，日常的にグループ学習をよく行っている．そのために，日常の友達関係の基礎となる学習グループを構成する必要がある．学級においてその学習の単位である学習グループは学習を進める上だけでなく，お互いに親密な友達関係を作るきっかけともなるという点で，友達関係を作る上でも重要である．

開発した「間隔尺度法による友達調べ」[3]によって，構成員全員による全員に対する選択する強さの度合r_{ij}が得られる．r_{ij}は児童iが児童jを選択した強さを表す．そのr_{ij}から友達関係行列$R=(r_{ij})$, $0\leqq r_{ij}\leqq 1$ $(i, j=1,2,\cdots,n)$を作り，児童をL組の学習グループに分ける問題Pを考える．数学モデルとして問題Pを多目的集合分割問題[1,10]として定式化した[5]．

友達関係行列を用いて，問題Pは，次の制約条件(1)と(2)の下で，

(1)児童は唯一の学習グループに属する．

(2)学習グループを構成する男女の人数を与えられた数にする．

次のような複数の目的(3)～(6)を最もよく満たす児童の組合せを求めることである．

(3)学習グループの選択強さの和をできるだけ大きくする．

(4)学習グループの選択数の和をできるだけ大きくする．

(5)学習グループの選択強さの最小値をできるだけ大きくする．

(6)学習グループの選択数の最小値をできるだけ大きくする．

近似解を短時間に得る方法については，従来から研究が行われている．その１つとして，問題Pのヒューリスティックアルゴリズムを既に提案した[7]．生物の進化過程にヒントを得た遺伝的アルゴリズム（ＧＡ）がある[8]．ＧＡは，ランダム性を取り入れると同時に，解の構成法や演算手続きに問題固有の構造を導入することができる．ＧＡは個体集団で解を探索していき，個体を一つの解候補と見なして，並列的に解の探索を行う．複数の目的(3)～(6)を同時にある程度改善しながら，各個体を進化させていくことができ，パレート最適解を並列的，直接的に探索できる．そのためにＧＡは近似解を効率的に探索することができる．

以下では,学習グループ構成問題Pの定式化を示し,遺伝的アルゴリズムの構成法,解法を提案し,実際の友達関係行列を用いて得られた解を示す．

2．学習グループ構成問題

次のように記号を定義する．

$\{1,2,\cdots,n\}$：学級の児童の集合　　n:学級の児童数

x_{ik}：児童iがある学習グループkに属するか属しないかを表す2値決定変数

M：学級内の男子の集合　　W：学級内の女子の集合

b_{ij}：選択したかどうかを表す2値定数

$$b_{ij}=\begin{cases}1, & r_{ij}>0\\ 0, & r_{ij}\leqq 0\end{cases}\quad (i,j=1,2,\cdots,n)$$

n_M：学級内の男子の数　　c_{kM}：学習グループkを構成する男子の数

n_W：学級内の女子の数，　　c_{kW}：学習グループkを構成する女子の数

c_k：学習グループkを構成する児童数　　L:学習グループの数

学習グループ構成問題Pは以下の制約式(5),(6),(7)の下で目的(1),(2),(3),(4)を達成する問題である．

$$\max\quad z_1=\sum_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} r_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{1}$$

$$\max\quad z_2=\sum_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{2}$$

$$\max\quad z_3=\min_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} r_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{3}$$

$$\max\quad z_4=\min_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\quad x_{ik}=0 \text{ or } 1,\ i=1,2,\cdots,n;\ k=1,2,\cdots,L \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{L} x_{ik}=1,\ i=1,2,\cdots,n \tag{6}$$

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{i\in M} x_{ik}=c_{kM}\\ \sum_{i\in W} x_{ik}=c_{kW}\end{array}\right\}\ k=1,2,\cdots,L \tag{7}$$

3．遺伝的アルゴリズムの構成法

本問題における用語とＧＡの用語を対応させると次のようになる．

n_g:世代数,	解の探索回数
n :遺伝子の数,	児童数
i :遺伝子,	児童
L :染色体サイズ,	学習グループの数
k :染色体,	学習グループ(構成する児童の組合せ)
c_k:遺伝子座の数,	学習グループkの児童数
n_s:個体群サイズ,	解候補の数
s_p:個体p,	解候補p
z_1:染色体の適応度1,	学級内の選択強さの和
z_2:染色体の適応度2,	学級内の選択数の和
z_3:染色体の適応度3,	学習グループの選択強さ
z_4:染色体の適応度4,	学習グループの選択数

ＧＡでは交叉，突然変異，選択の3つの遺伝的操作を確率的に行って，問題を解く．問題Pに対して，交叉として多点交叉，選択戦略として並列選択を採用した．目的関数としてz_1～z_4の4つがある．これら4つの目的関数の関係を考慮して，個体と染色体のコード化を考える．目的関数に対応する4種類の適応度を全染色体に対して与える．多目的計画問題の場合，個体はパレート最適個体を表現する[9]．

個体群のうち，適応度1と2(選択強さの和z_1と選択数の和z_2)に関して最も大きい値を持つ個体を「パレート最適個体」として，全て次世代の個体候補とする．ここで，全ての個体がパレート最適個体の場合，並列選択により次世代の個体を選択し，次世代の個体候補とする．パレート最適個体

以外の各個体の染色体の中で，適応度3と4(選択強さz_3と選択数z_4)に関して最も値の大きい染色体をエリート染色体として，各適応度1～4による部分個体群の各個体の染色体として保存する．また，エリート染色体の中から並列選択を用いて，部分個体群の個体を形成する染色体を選択し，部分個体群の個体の染色体として保存する．

パレート最適個体とエリート染色体を含む全染色体について適応度1と2(選択強さの目的z_1と選択数の目的z_2)のそれぞれについて選択し,部分染色体群を生成する．次に,各部分染色体で交叉して,部分個体群を形成する．形成された全ての個体を個体群サイズに並列選択し,次世代の個体候補とする．次世代の各個体候補に局所探索を行い,次世代の個体とする．

4．遺伝的アルゴリズム

ここでは，児童iがある学習グループkに属するかどうかを表す２値変数x_{ik}の値をＧＡを用いて効率よく求め，学級の児童全員をいくつかの学習グループに分割する遺伝的アルゴリズムを提案する．各適応度ごとの部分個体群を生成することによって，選択強さの大きい学習グループの形質を持った染色体，もしくは選択数の多い学習グループの形質を持った染色体を含んだ個体を生成する．更に，生成された全個体群の中から適応度に比例した確率で，個体を選択する．これを次世代の個体とする．このような繰り返しによって，効率的に各目的関数を最大化する学習グループを構成する児童の組合せを求める．

アルゴリズムの流れの概要を説明する．まず，児童数，男子数，女子数，学習グループ数，個体群サイズ，世代数を与える．児童iがL個のどの学習グループに属するかを乱数を用いて決定し，そのグループ分けした児童の組合せを１つの個体とする．次に,友達関係行列から各グループ内の選択強さの和と選択数の和を計算する．この操作をn_s個の個体数だけ繰り返す．

個体をn_s種類作り，これらの個体を初期集団として解の探索を始める．まず初期集団の中で適応度1(z_1)と適応度2(z_2)を求め，それらの和の最も大きい個体をパレート最適個体として保存する．次に個体の中で，染色体の適応度3(z_3)の最も高い染色体を選択する．次に，選択された染色体をエリート染色体として選択強さによる部分個体群の各個体に保存する．

次に，各個体の全染色体に対して，適応度1(z_1)により選択し交叉させ，新たな染色体を作って，適応度1(z_1)による部分個体群の個体を生成する．次に各個体の中で，染色体の適応度2(z_2)の最も高い染色体を選択する．次に，選択された染色体をエリート染色体として選択数による部分個体群の各個体に保存する．

その後，各個体の全染色体に対して適応度2(z_2)により選択し交叉させ，新たな染色体を作って，選択数による部分個体群の個体を生成する．次に，生成された選択強さによる部分個体群の個体と選択数による部分個体群の個体の各染色体の選択強さの和と選択数の和を求め，各個体の適応度3と4(z_3,z_4)を計算する．選択強さによる部分個体群の個体と選択数による部分個体群の個体と保存されていたパレート最適個体の中で，適応度の高い個体を個体群サイズだけ選択し，次世代の個体候補とする．

突然変異を行う場合は次世代の全個体候補に対して行い，次世代の個体とする．突然変異を行わない場合は，次世代の各個体候補に対して局所的な探索の操作を行い，次世代の個体とする．

以上の操作を1世代としてN世代まで繰り返し行う.N世代まで求められると,それまでの各目的関数の値の最大の個体をそれぞれの最適な解とする．

5．考　察

仲の良いまとまりのある学級を作るためには,学習グループは男子数n_Mと女子数n_Wがほぼ同数の児童から構成することが必要である．座席では隣の児童はできるだけ異性になるように配置することが望ましい．学習グループを構成する組合せの数は${}_{n_ML}C_{n_M}\times{}_{n_WL}C_{n_W}$となる．いま,$n_M=n_W=n/2=20$, L=10であるとすると,$n_ML=n_WL=200$であるので,組合せの数は${}_{n_ML}C_{n_M}\times{}_{n_WL}C_{n_W}=2{}_{200}C_{20}=1.61\times10^{27}$である．これでは現実的な時間内に，最適解を求めるのは困難である．

実際に利用するためには，パソコンで１時間以内ぐらいで解が得られる必要がある．ここでは，その時間内に近似最適解を求めるためにＧＡによるアルゴリズムを提案した．実際に友達調べをして，友達関係行列を求めて，学習グループを構成する案を求めた。児童数30～37，男子数15～19，女子数15～20，学習グループ数7～9，個体群サイズ6，世代数50の場合について，10分以内で解が得られた。

その結果の一部をヒューリスティック解法と比較した．その結果は，目的関数z_1とz_2については，ＧＡ解法の方が良い解が得られており，目的関数z_3とz_4については，ヒューリスティック解法の方が良い解が得られている．計算時間はＧＡ解法の方が短い．ＧＡ解法を目的関数z_3とz_4を先に考慮してから目的関数z_1とz_2を考慮するように改良しているところである．

多くの学級では毎月のように席替えをしている[6]．友達関係は日々わずかずつ変化している．その変化を考慮すると，学習グループ構成案は近似最適解で十分である．学習グループは学級の運営上重要であるが，友達関係が絶えず変化しているので最適解とのわずかな相違は許容されると考えられる．それよりも，指導とその効果の測定を繰り返して，まとまりのある仲の良い学級になるように適切な指導が施されることが重要である．担任の指導が支援できる「友達調べ分析システム」を開発して、各種の分析結果を図表にして視覚化した結果を提供している。このシステムにここで提案したアルゴリズムを組み入れて，「友達調べ分析システム」を充実し，改良していきたい．

「友達調べ」をして頂いた岡山市内の小学校の先生方に感謝いたします．卒業研究として本アルゴリズムによるシステムの開発を手伝った村上裕之君に感謝する．

参　考　文　献

(1)伏見多美雄,福川忠昭,山口俊和:経営の多目的計画,森北出版 (1987).
(2)河井芳文:ソシオメトリー入門, みずうみ書房 (1985).
(3)宮地功,岸誠一:新しいソシオメトリックテスト用紙と新しい指標の提案, 日本教育工学会研究報告集, JET92-6 (1992) 23-28.
(4)宮地功,岸誠一,小孫康平:間隔尺度測定に基づくソシオメトリックテストの提案と分析システムの開発, 教育情報研究, Vol.9, No.2 (1993) 33-44.
(5)宮地功:学習グループ構成問題,日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集 (1995) 20-21.
(6)宮地功:間隔尺度法の友達調べを用いた学習グループと座席配置による友達関係,第11回日本教育情報学会年会研究発表論文集(1995)136-137.
(7)宮地功:学習グループ構成問題のヒューリスティック解法,日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集(1996)64-65.
(8)坂和正敏,田中雅博:遺伝的アルゴリズム (1995) 1-113.
(9)玉置久:遺伝的アルゴリズムと多目的最適化, 北野宏明編「遺伝的アルゴリズム２」(1995) 71-87.
(10)Steuer, R.E.:Multiple Criteria Optimization (1986) John Wiley & Sons.