1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ある在庫管理モデルについて

02501614　大阪府立大学　*北條仁志　HOUJOU Hitoshi
01302694　大阪府立大学　寺岡義伸　TERAOKA Yoshinobu

1．はじめに

在庫管理問題はこれまでにも多くの研究が進められてきた。一般的需要の下でのモデルを扱うことが理想的かつ現実的なモデルに最も近づくのであるが、モデルそのものが複雑化し、分析が大変困難である。また、一般的需要形態を表すモデルについては、そのモデルの代わりに単純な特定在庫モデルを分析すればよいことが知られている［1］。本稿では返品と追加注文を許すある特殊な一期間モデルについて考察する。ここでの目的は総期待費用を最小にするような最適在庫量を求めることである。

2．モデル

発注費用を考慮する必要がなく、需要が1回切りと仮定できる場合の一期間購入販売在庫モデルを考える。過剰需要は後期需要として取り扱われないものとする。

(i)　前期からの繰越在庫量をxとし、初期発注量yは単価c_1で期首に入荷する。需要が期間t内の任意の時刻t_1に発生し、単価r_1で販売する。そこで$r_1 > c_1$であり、$z = x + y$とおく。

(ii) ある時刻t_0に在庫調査をして、売れ残りがあると、供給者はある許容範囲R_1以内でこれを引き取り、返却単価r_2を受け取る。そこで$0 \leq r_2 \leq c_1$。

(iii) 余剰品に対して単位当たりhの在庫費用がかかる。そこで$0 < h \leq c_1$。

(iv) 品切れが起こった場合は、ある許容範囲R_2以内であれば、単価c_2で直ちに購入、入荷できるものとする。そこで$c_1 \leq c_2$。

(v) 品切れの量に対して単位当たりpの品切損失が発生する。$c_2 \leq r_1 + (1 - \frac{t_0}{t})p$とする。そこで$p > c_1$。

(vi) 需要量Bを連続的な確率変数とし、bを需要量Bの実現値とする。需要量Bの確率密度関数を$\phi(b)$、累積分布関数を$\Phi(b)$とする。

$$\Phi(b) = P\{B \leq b\} = \int_0^b \phi(x)dx, \quad E(B) = \int_0^\infty b\phi(b)db < \infty$$

期平均費用を$C(b,z)$で表す。また、期待期平均費用を$E\{C(B,z)\}$で表す。

まず、t_0とt_1の関係から次の2つのモデルを考えることができる。

モデル(1)　$0 \leq t_1 \leq t_0 \leq t$の場合　　モデル(2)　$t_0 < t_1 \leq t$の場合

今、t_1をそれぞれの変数と互いに独立な確率変数として新たなモデルを考える。その確率密度関数を$\psi(t_1), 0 \leq t_1 \leq t$、確率分布関数を$\Psi(t_1)$とする。ただし、$\Psi(0) = 0, \Psi(t) = 1$。

このモデルでt_1について期待値をとり、それを$E\{C(B,z)\}$で表す。

$E\{C(B,z)\}$の性質

- すべてのzにおいて連続で、$z = -R_2, 0, R_1$を除いたすべてのzに対して滑らかである。
- $z \leq -R_2$では$E\{C(B,z)\}$は線形関数であり、傾きが$c_1 - p < 0$である。
- $-R_2 < z \leq 0$では$E\{C(B,z)\}$は凸関数であり、その傾きは$z \leq -R_2$の傾きより大きい。
- $0 < z \leq R_1$では$E\{C(B,z)\}$は凸関数である。
- $z > R_1$では$E\{C(B,z)\}$は凸関数であり、$\lim_{z\to\infty} \frac{dE\{C(B,z)\}}{dz} = c_1 + h > 0$。

t_0を固定してt_1を確率変数とするため、モデル(2)における条件

$$(1 - \frac{t_1}{t})p - (\frac{t_1}{t} - \frac{t_0}{t})h + r_1 - r_2 \leq 0, \quad (t_0 < t_1 \leq t) \tag{1}$$

がすべてのt_1に対して満たされなければ我々が考えているモデルは有効とならない。すなわち返品をしない時よりも費用がかかる。

その結果、$-\frac{1}{t}h+r_1-r_2 \le 0$を満たしていなければ常に条件(1)が成り立つモデルは存在しないことがわかる。そこで(1)式で$t_1=t_0+\delta$とおいてδについて解くと、

$$0<\frac{t(r_1-r_2)}{h+p}+\frac{(t-t_0)p}{h+p}\le\delta\le t-t_0$$

を得る。期間はしばしば整数で扱われるので、$\delta=1,2,\cdots,t-t_0$の中で

$$0<\delta<\frac{t(r_1-r_2)}{h+p}+\frac{(t-t_0)p}{h+p}$$

を満たすδに対して$\psi(t_0+\delta)=0$ならば返品・追加注文をしたことが有効となる。

3．数値計算による結果

t_1と需要量Bそれぞれを$[0,t]$上の一様分と指数分布

$$\psi(t_1)=\begin{cases}\frac{1}{t} & 0\le t_1\le t\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}\qquad \phi(b)=\lambda exp\{-\lambda b\},\quad b\ge 0$$

に従うとして以下の数値について計算した。

$$t=5,t_0=4,\lambda=1.0,R_1=30,R_2=20,p=15,h=10,r_1=11,r_2=10,c_1=10,c_2=10$$

これを基準として考察をおこなった結果は以下の通りである。

1. $z=-R_2,0,R_1$付近の3カ所を除き、ほぼ直線である。
2. hを減らすと$z>0$の傾きも減り、$z=0$付近に極小点が現れる。$z<0$には全く影響しない。
3. pを減らすと$-R_2<z\le 0$間の傾きが増える。$z>0$の小さいところにも少し影響し、コストが減る。pを十分大きくするとhと同様に極小点が現れる。
4. λでより小さい値をとるとカーブの部分が広がる。
5. r_1を増やすと全体的にコストが減り、$-R_2<z\le 0$間の傾きが増える。
6. r_2を減らすと$z>0$でコストが増える。
7. c_2を増やすと$-R_2<z\le 0$間の傾きが減る。
8. R_1,R_2を変えると$z>R_1,z\le -R_2$の部分が平行移動する。

4．結び

この結果、すべてのt_1に対して(1)式が成立するようなモデルは一部を除き、ほとんど存在しないことがわかった。しかし、在庫調査時刻t_0までに需要が起こったかどうかという情報が与えられていなければこのようなモデルを考えることができるであろう。本稿ではt_1を単なる確率として扱ったが、ベイズ理論的な考えを用いて議論することが望ましいように思われる。また、条件(1)を満たしていないt_1の数が少なければ、我々のモデルで総期待費用が返品をしないモデルよりも少なくなることはあり得るので、返品をしないモデルと総期待費用を比較する必要もある。さらにより少ない総期待費用をもつようなモデルが考えられるかもしれない。これらの考察については当日報告する予定である。

参考文献

[1] 児玉正憲：『生産・在庫管理システムの基礎』 九州大学出版会, 1996.