1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ファジィ処理時間を考慮した ファジィ・スケジューリング問題

02003584 大阪大学大学院 *伊藤 健 ITOH Takeshi
01005194 大阪大学大学院 石井 博昭 ISHII Hiroaki

1 はじめに

これまでに提案されているスケジューリング・アルゴリズムの多くは、対象とする問題においてジョブの処理時間を確定的なものとして取り扱っている。しかし、実際に処理を行う以前に、ジョブの処理時間を的確に判断することは極めて困難なことである。つまり、処理時間を特定するために用いるデータ等には観測誤差が含まれている恐れがあるし、ジョブの処理過程に人間の作業が含まれる場合等は、すべての処理機会において一定の処理時間を保証することはできない。したがって、ジョブの処理時間を不確定なものとして問題をとらえ、より現実の状況に近いモデルを考える必要があると思われる。

[1] では処理時間が確定的に与えられている複数のジョブを1つの機械を用いて実行する際、各々の納期に対して納期遅れとなるジョブの数を最小にすることを目的としたアルゴリズムが示されている。本研究では、このアルゴリズムをジョブの処理時間が不確定な場合にでも適用できるように、処理時間をL-Rファジィ数としたときのアルゴリズムの拡張を行う。

2 定式化

各ジョブ J_i $(i = 1, \cdots, n)$ の納期をD_i、処理時間を次のようなメンバシップ関数によって制限される正のL-Rファジィ数 $T_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LR}$とする。

$$\mu_{T_i}(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_i - x}{\alpha_i}\right) & (x \leq m_i) \\ R\left(\dfrac{x - m_i}{\beta_i}\right) & (x \geq m_i) \end{cases}$$

ただし、L, Rは

$$L(0) = R(0) = 1$$
$$L, R : [0, +\infty) \rightarrow [0, 1]$$

なる狭義減少関数とする。

本モデルでは処理時間をファジィなものとしているので、処理時間を基にジョブをソートするために、全順序となる何らかの順序関係を定義する必要がある。各ジョブの処理時間は正のL-Rファジィ数なので、そのメンバシップ関数は単峰型となる。したがって、処理時間のメンバシップ関数毎に以下のような面積 S_iを考えることができ、それらを比較基準に用いる。

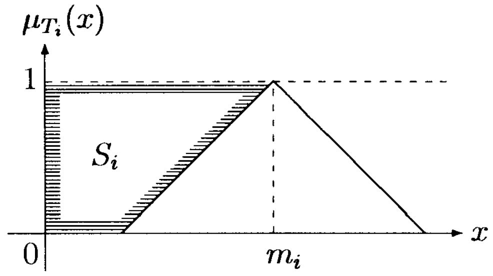

図 1

処理時間がクリスプな場合ジョブのソートが、このルールの特別な形であることは明らかである。

次にジョブ J_iの完了時間 C_iであるが、先行して実行されるジョブの処理時間を拡張加算することにより定義する [2]。例えば、J_1, J_2, J_3の順に実行された場合、各々の完了時間 C_1, C_2, C_3は

$$C_1 = (m_1,\ \alpha_1,\ \beta_1)_{LR}$$
$$C_2 = C_1 \oplus (m_2,\ \alpha_2,\ \beta_2)_{LR}$$
$$C_3 = C_2 \oplus (m_3,\ \alpha_3,\ \beta_3)_{LR}$$

である。ゆえに、完了時間もまた正の L-R ファジイ数となり、そのメンバシップ関数と各々の納期は以下のような関係となる。

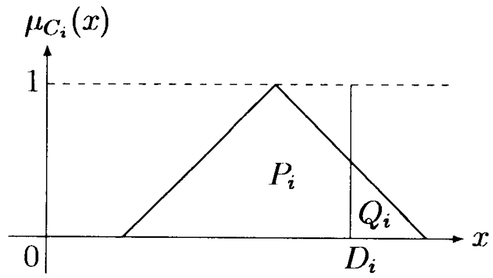

図 2

ここで、メンバシップ関数$\mu_{C_i}(x)$ と x 軸とで囲まれる部分の面積 P_iおよび直線 $x = D_i$によって P_iから切り取られる部分の面積 Q_iを用いて、J_iの納期遅れを次のように定義する。

納期遅れ：

$Q_i \ \geq \ \lambda \cdot P_i$ が成立するとき

以上のことから、[1] におけるアルゴリズムの拡張を実現することができるが、詳細は発表会当日に報告する。

3 おわりに

本モデルでは、処理時間を基にしたジョブのソートに面積 S_iを用いているが、処理時間のメンバシップ関数と x 軸とで囲まれる部分の面積 U_iを導入し、S_iの代わりに $S_i + U_i$を用いることで、より慎重な立場でのスケジューリングを考えることができる。

参考文献

[1] J.M.Moore, "An n Job, One Machine Sequencing Algorithm for Minimizing the Number of Late Jobs", *Management Science* **15** (1968), 102-109.

[2] D.Dubois, H.Prade, *Fuzzy sets and systems*, Academic Press, New York (1980).