

## 多目的等価並列機械スケジューリング問題

02601974	大阪大学	*毛利 進太郎	MOHRI Shintaro
01603604	帝塚山大学	益田 照雄	MASUDA Teruo
01005194	大阪大学	石井 博昭	ISHII Hiroaki

## 1 はじめに

スケジューリング問題において様々な評価基準があり、それら複数の目的関数を同時に考慮し、バランスあるスケジュールを求めることが現実的であることも多い。本研究では等価並列3機械の問題に対し、最大完了時間と最大納期遅れの二つの目的関数を考え、その非劣スケジュールを求める方法について考察を行った。

## 2 2目的等価並列機械スケジューリング問題

$n$ 個の仕事  $J_1, \dots, J_n$  と3台の等価並列機械  $M_1, M_2, M_3$  があり、それぞれの仕事  $J_i$  には処理時間  $p_i$  と納期  $d_i$  が決められているとする。いずれの仕事も処理を途中で中断、再開できるものとする。 $C_i$  を仕事  $J_i$  の処理が終了する時刻、 $L_i$  を  $L_i = C_i - d_k$  とする。最大完了時間  $C_{max}$  は  $C_{max} = \max_{1 \leq i \leq n} C_i$ 、最大納期遅れ  $L_{max}$  は  $L_{max} = \max_{1 \leq i \leq n} L_i$  でそれぞれ与えられ、この二つの目的関数を最小化する問題を考える。

3  $L_{max}$  最小化問題

等価並列機械において納期が決められている場合、実行可能なスケジュールが存在すれば、そのスケジュールを求めるアルゴリズムが Sahni において与えられている [4]。ただし  $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$  とし、 $M_1(i), M_2(i), M_3(i)$  をそれぞれ  $M_1, M_2, M_3$  における仕事  $J_i$  の処理の終了時間とする。

Sahni のアルゴリズムによって3台の機械における仕事  $J_i$  の終了時間はそれぞれ以下のようになる。

$$M_1(i) = \min_{1 \leq k \leq i} \left\{ \sum_{j=1}^i p_j, d_k + \sum_{j=k+1}^i p_j \right\} \quad (1)$$

$$M_2(i) = \min \{ M_1(i-1), M_2(i-1) + (p_i - (M_1(i) - M_1(i-1))) \} \quad (2)$$

$$M_3(i) = \sum_{j=1}^i p_j - (M_1(i) + M_2(i)) \quad (3)$$

## 4 2目的等価並列機械スケジューリング問題

Sahni のアルゴリズムを用いて2目的等価並列機械スケジューリング問題を考える。 $L > 0$  とし、 $d_i + L$  を仕事  $J_i$  の新たな納期とする。 $C_{max}$  を最大完了時間とすると  $C'_{max}$  は全ての仕事に対する

共通の納期と考えることができる。これにより (1) 式は以下のようなになる。

$$M_1(i) = \min_{1 \leq k \leq i} \left\{ \sum_{j=1}^i p_j, \min\{d_k + L, C_{max}\} + \sum_{j=k+1}^i p_j \right\} \quad (1')$$

全ての仕事が新たな納期  $d_k + L$  に間に合うような実行可能スケジュールが存在すれば

$$M_3(i) \leq M_2(i - 1) \quad (4)$$

が成立し, Sahni のアルゴリズムによって実行可能スケジュールを求めることができる。

式 (1'), (2), (3), (4) より以下の不等式が導かれる。

$$\sum_{j=1}^i p_j - (M_1(i) + M_2(i)) \leq M_2(i - 1)$$

これより以下の式を導くことができる。ただしここで  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  は  $d_k, p_i$  によって決定される量とする。

$$\begin{aligned} 3L &\geq \alpha \\ 2L + C_{max} &\geq \beta \\ L + 2C_{max} &\geq \gamma \\ 4L - C_{max} &\geq \delta \\ 3C_{max} &\geq \varepsilon \end{aligned}$$

これらの不等式を満足する領域に実行可能解が存在し、非劣解は領域の境界、すなわちこれらのいずれかで不等式の等号の成立する領域に存在する。これにより実行可能な  $C_{max}, L$  を求め、Sahni のアルゴリズムによって実行可能スケジュールを得ることが出来る。

## 5 さいごに

本研究では等価並列 3 機械において最大完了時間と最大納期遅れの二つの目的関数を考え、その非劣スケジュールを求める方法を与え、2 つの目的関数の関係について考察を行った。なおこの研究は帝塚山学園特別研究費と文部省科学研究費基盤研究 (c)(2) 08680460 による援助を受けている。

## 参考文献

- [1] S.Sahni “Preemptive Scheduling with Due Dates”, Oper. Res.,27(1979)925-934.
- [2] Peter.Brucker, “Scheduling Algorithms”, Springer(1995).
- [3] H.Ishii, “Multiobjective scheduling problems”,Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems,405(1992).
- [4] E.L.Lawer,M.G.Luby,V.V.Vazirani “Scheduling open shop with parallel machines”, Operations Research Letters,1,4(1982).