The Egalitarian Non-k-averaged Contribution（EN^{k}AC-）Value for TU-games

01402911 *行方常幸 NAMEKATA Tsuneyuki 小樽商科大学
Theo S.H. Driessen University of Twente

1．はじめに

譲渡可能効用を持つ特性関数形協力ゲーム(TU-ゲーム)における解概念として Center of Imputation Set(CIS-値)、Egalitarian Non-Pairwise-Averaged Contribution value(ENPAC-値)、Egalitarian Non-Separable Contribution value(ENSC-値)が知られている。ここではこれらの解を統一的に扱い、新しい解(EN^{k}AC-値)を導入し、その性質、及び準仁と一致する十分条件を与える。

2．The Egalitarian Non-k-Averaged Contribution value とその性質

TU-ゲーム(N,v)において提携 Nの提携値 $v(N)$を各プレイヤーに分ける解として、以下のように定義されている CIS、ENPAC、ENSC-値が知られている。

$$CIS_i(N,v):=v(\{i\})+\frac{1}{n}\left[v(N)-\sum_{j\in N}v(\{j\})\right]\quad \text{for all } i\in N.$$

$$ENPAC_i(N,v):=PAC_i+\frac{1}{n}\left[v(N)-\sum_{j\in N}PAC_j(N,v)\right]\quad \text{for all } i\in N,$$

$$\text{ここで、}PAC_i(N,v):=\frac{1}{n-1}\sum_{j\in N-\{i\}}\left[\left(v(N)-v(N-\{i,j\})\right)-\frac{v(N-\{i,j\})}{n-2}\right].$$

$$ENSC_i(N,v):=SC_i(N,v)+\frac{1}{n}\left[v(N)-\sum_{j\in N}SC_j(N,v)\right]\quad \text{for all } i\in N,$$

$$\text{ここで、}SC_i(N,v):=v(N)-v(N-\{i\}).$$

これらはすべて次のような構造を持つ。先ず、各プレイヤーが自分の取り分として、*individual contribution*$\left(v(\{i\}),PAC_i(N,v),SC_i(N,v)\right)$を受け取る。次に、残り(不足分)を全員で等分する。これを次のように一般の $k\in\{1,2,\ldots,n\}$に拡張する。

$$EN^kAC_i(N,v):=c_i^k(N,v)+\frac{1}{n}\left[v(N)-\sum_{j\in N}c_j^k(N,v)\right]\quad \text{for all } i\in N,$$

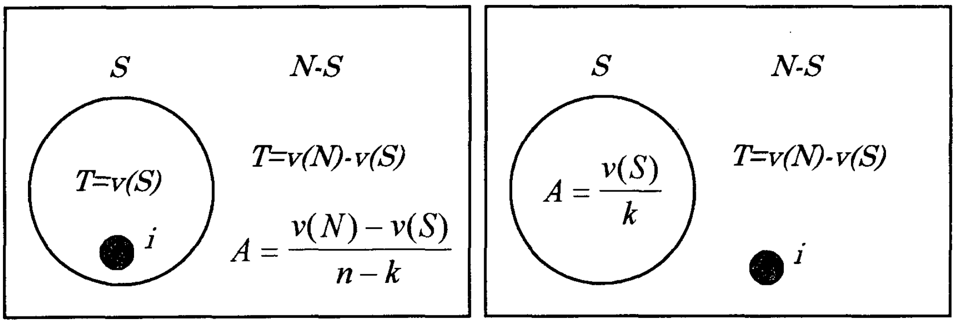
$$\text{または、}EN^kAC_i(N,v):=\frac{v(N)}{n}+\frac{1}{n}\sum_{j\in N}\left[c_i^k(N,v)-c_j^k(N,v)\right].\quad \text{ただし、}$$

$$c_i^k(N,v)-c_j^k(N,v)=\binom{n-2}{k-1}^{-1}\left[\sum_{S\in\Gamma_k^{i+}}v(S)-\sum_{S\in\Gamma_k^{j+}}v(S)\right]\left(\Gamma_k^{i+}:=\left\{S\subset N \,\middle|\, |S|=k,i\in S\right\}\right).$$

EN^{k}AC-値は$\left(c_i^k(N,v)-c_j^k(N,v)\right)_{i,j\in N}$ にのみ依存する。c の 2 つの特別な形 lower-k-averaged contribution of player iと upper-k-averaged contribution of player iは

$$\underline{c}_i^k(N,v):=\left|\Gamma_k^{i+}\right|^{-1}\sum_{S\in\Gamma_k^{i+}}\left[v(S)-(k-1)\frac{(v(N)-v(S))}{(n-k)}\right],$$

$\bar{c}_i^k(N,v):=\left|\Gamma_k^{i-}\right|^{-1}\sum_{S\in\Gamma_k^{i-}}\left[\left(v(N)-v(S)\right)-(n-k-1)\frac{v(S)}{k}\right]$.である。これらは、まず、提携 N を2つ S,N-S に分け、自分の属する提携の他の人には他の提携の平均提携値を与える分け方である。



$|S|=k$　　T: total amount　　A: average amount

注 1.1「$\underline{c}_i^1(N,v)=v(\{i\}),\bar{c}^{n-2}(N,v)=PAC(N,v),\bar{c}^{n-1}(N,v)=SC(N,v)$ より、CIS-,ENPAC-,ENSC-値は EN^{1}AC-, EN^{n-2}AC-, EN^{n-1}AC-値と一致する。」

系 1.3　「$x\in Core(N,v)$ ならば、$\underline{c}_i^k(N,v)\le x_i\le \bar{c}_i^k(N,v)$ である。」

命題 2.1　「$EN^hAC_i(N,v)=\frac{v(N)}{n}+\frac{n-1}{k}\left(v_k-v_k^{i-}\right)$.
ただし、$v_k:=\left|\Gamma_k\right|^{-1}\sum_{S\in\Gamma_k}v(S),\ v_k^{i-}:=\left|\Gamma_k^{i-}\right|^{-1}\sum_{S\in\Gamma_k^{i-}}v(S)$.」

注 2.2　「シャープレイ値との関係：$Sh_i(N,v)=\frac{\sum_{h=1}^{n-1}EN^hAC_i(N,v)}{n-1}$.」

命題 2.5　「$EN^kAC(N,v^*)=EN^{n-k}AC(N,v)$ ただし、$v^*(S):=v(N)-v(N-S)$.」

3．EN^{k}AC-値と準仁の一致

定理 3.5　「次の条件が成り立つならば、準仁 $\eta^*(N,v)$ は EN^{k}AC-値と一致する：
$v(S)\le\sum_{j\in S}\alpha_j+\beta$　for all $S\subset N, S\ne\emptyset, N$, ただし、$S\in\Gamma_k$ の時は等号、$\sum_{j\in N}\alpha_j=v(N)$
となる $\alpha=\left(\alpha_j\right)_{j\in N}\in R^N,\beta\in R$ が存在する。(この α が EN^kAC- 値となる。)」

参考文献

Dragan, I., Driessen, T.S.H., & Y. Funaki, (1996), *Collinearity between the Shapley value and the egalitarian division rules for cooperative games.* OR Spektrum 18, 97-105.

Driessen, T.S.H., and Y. Funaki, (1996), *The Egalitarian Non-Pairwise-Averaged Contribution (ENPAC-) value for TU-games* to appear in Proceedings Volume of the International Conference on Game Theory held at Bangalore, India in January 1996.