1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ＡＨＰによる双方向からの近さの評価と巡回セールスマン問題への応用

01404360　日本大学　西澤一友　NISHIZAWA Kazutomo

1　はじめに

一般に、平面上にいくつかの点が散在するとき、ある点iから一番近い点jはiからの距離が一番近い点と考えられる。しかし、ある点iから一番近い点がjであっても、jから見てiが一番近い点とは限らない場合もある。そこで、ある点iから他の点への近い順位をＡＨＰによる双方向からの評価で決定しようと試みた。

2　近い順位の決定方法

点の数をnとし、各点間の距離$d_{ij}(i=0\sim n-1,\ j=0\sim n-1)$が与えられているものとする。ＡＨＰによる近い順位の決定は、点iから各点への距離に対するウエイトと各点から点iへの距離のウエイトを総合して決定する。階層図は以下のようになる。

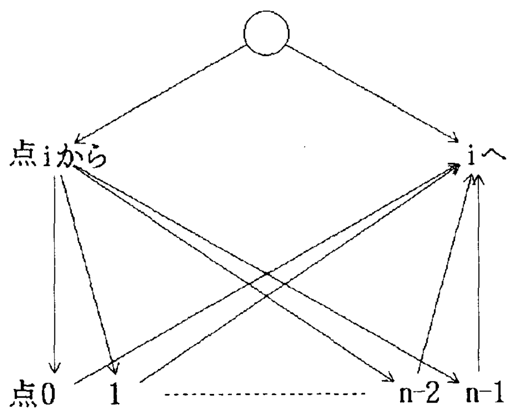

図 1: 階層図

まず、点iから各点への距離のウエイト$w1_{ij}$は、直接、一対比較は行わず各点への距離の総和を1に正規化した距離をウエイトとする。すなわち、各点への距離の総和をd_{in}とすると、$i=0\sim n-1$について、

$$d_{in}=\sum_{j=0}^{n-1}d_{ij} \tag{1}$$

となり、点iから各点へのウエイト$w1_{ij}$は、$i=0\sim n-1,\ j=1\sim n-1$について、

$$w1_{ij}=d_{ij}/d_{in} \tag{2}$$

となる。

一方、各点からi点への距離のウエイト$w2_{ij}$も、直接、一対比較は行わず各点で正規化した距離のうち、点iへの距離の総和を1に正規化したものをウエイトとする。

すなわち、$j=1\sim n-1$について、

$$d_{nj}=\sum_{i=0}^{n-1}w1_{ij}=\sum_{i=0}^{n-1}(d_{ij}/d_{in}) \tag{3}$$

となり、各点から点iへのウエイト$w2_{ij}$は、$i=1\sim n-1,\ j=1\sim n-1$について、

$$w2_{ij}=w1_{ij}/d_{nj}=(d_{ij}/d_{in}/d_{nj}) \tag{4}$$

となる。

したがって、点iからのウエイトと点iへのウエイトの評価を同等とすると、点iから近い点の総合ウエイトw_{ij}は次のようになる。

$$\begin{aligned} w_{ij} &= w1_{ij}/2+w2_{ji}/2 \\ &= (d_{ij}/d_{in}+d_{ji}/d_{jn}/d_{ni})/2 \end{aligned} \tag{5}$$

よってi点から近い順位は、w_{ij}の$j=0\sim n-1$で決定できる。

3　適用例

適用例として、点の数が6の場合をとりあげる。各点間の距離を表1に示す。まず、通常行われている方法で、各点ごとに距離の近い点の順位を決定してみる。その結果を表2に示す。一方、式(5)を用いたＡＨＰによるウエイト計算の結果を表3に示す。表3をもとにして、各点ごとに距離の近い点の順位を決定した結果を表4に示す。表4の中のアンダーラインの部分が表2と順位が変化したところである。

表 1: 各点間の距離 (d_{ij})

$i\backslash j$	0	1	2	3	4	5
0	0.0	56.0	35.0	2.0	51.0	60.0
1	56.0	0.0	21.0	57.0	78.0	70.0
2	35.0	21.0	0.0	36.0	68.0	68.0
3	2.0	57.0	36.0	0.0	51.0	61.0
4	51.0	78.0	68.0	51.0	0.0	13.0
5	60.0	70.0	68.0	61.0	13.0	0.0

表 2: 各点の近い順位

点 \ 順位	0	1	2	3	4	5
0	0	3	2	4	1	5
1	1	2	0	3	5	4
2	2	1	0	3	4	5
3	3	0	2	4	1	5
4	4	5	3	0	2	1
5	5	4	0	3	2	1

表 3: ウエイト (w_{ij})

$i\backslash j$	0	1	2	3	4	5
0	.0	.265	.184	.011	.251	.289
1	.214	.0	.076	.216	.263	.232
2	.169	.086	.0	.172	.289	.283
3	.011	.266	.187	.0	.247	.289
4	.209	.273	.264	.208	.0	.046
5	.234	.233	.251	.236	.045	.0

表 4: ＡＨＰによる各点の近い順位

点 \ 順位	0	1	2	3	4	5
0	0	3	2	4	1	5
1	1	2	0	3	5	4
2	2	1	0	3	$\underline{5}$	$\underline{4}$
3	3	0	2	4	1	5
4	4	5	3	0	2	1
5	5	4	$\underline{1}$	$\underline{0}$	$\underline{3}$	$\underline{2}$

この結果を用いて巡回セールスマン問題へ適用し、最短ルートを求めてみた。ルートの求め方はNearest–Neighbor法を改良し、開始点から２本のルートを出してお互い最後まで閉じないようにして近似解を求める方法[1]を用いた。表2をもとにした結果とＡＨＰによる表4をもとにした結果を表5に示す。ただし、最短ルートの距離は192.0とわかっている。表5では、通常の方

表 5: 巡回セールスマン問題での比較

開始点	最短ルート距離	
	通常	ＡＨＰ
0	192.0	192.0
1	221.0	$\underline{211.0}$
2	192.0	192.0
3	193.0	193.0
4	211.0	$\underline{192.0}$
5	221.0	$\underline{192.0}$

法で得られた表2の順位から求めた経路のうち、開始点が0と2のときに最短ルートと一致した。ＡＨＰにより得られた表4の順位から求めた経路では、アンダーラインで示した３カ所の開始点からの計算結果が改善され、そのうちの２カ所は最短距離と一致した。

4 結論

ＡＨＰにより、双方向からの距離の近さの評価方法を提案した。適用例で得られた近さの順位を巡回セールスマン問題に用いたところ、通常行われている一方向からの距離の近さの順位をもとにした結果よりも改善が見られた。

今後、代替案と評価基準を双方向から検討する上で、ＡＮＰ (Analytic Network Process) との関連も研究したい。なお、この研究は平成８年度日本大学学術助成金 (一般研究) の一部で行われたものである。

参考文献

[1] 西澤、高橋、栗田：巡回セールスマン問題の初期解、日本オペレーションズリサーチ学会１９９６年度春季研究発表会、(1996), pp52-53.