

## デジタルマップを用いた最適倉庫配置問題への取り組み

01506820 日本アイ・ビー・エム株式会社 \*日高一義 HIDAKA Kazuyoshi  
01013100 日本アイ・ビー・エム株式会社 岡野裕之 OKANO Hiroyuki

## 1. はじめに

電気機器メーカーA社では、関東地区一都六県の約6800の顧客を対象に11箇所の修理部品の倉庫を持ち、顧客に修理部品を配達するサービスを行っており、年間の部品の輸送費、及び倉庫の固定費（設備費と人権費）の合計（総費用）は約13億円にのぼる。輸送はトラックなどを用いて陸上輸送で全て行っている。A社はこの総費用を削減する事を目指して、倉庫の削減・統合を考えており、倉庫候補地の選定も合わせて行いたいと思っている。これは容量制限なしの施設配置問題にあたり、連続緩和した線形計画法、Greedy-Interchange Heuristic [1,2], Dual Ascent [3], Lagrangean Subgradient Heuristic [4]などさまざまな解法が提案されている。しかしながら、規模の大きな実際の問題を解決した報告は少ない。また、今までに解かれている例は、設置可能な施設の候補地の集合、各候補地の固定費、及び施設から顧客までの輸送費はあらかじめ与えられていると仮定されており、これらの入力データを算出した上で、現実の問題を解決した報告も少ない。これでは、入力データの収集に多大な労力を要することになり、大きな施設候補地の集合から解を求める事は難しい。

我々は、A社への決定支援を行うために、デジタルマップを用いて、倉庫候補地の選定、選定された候補地の固定費の見積もり、候補地から顧客への輸送費の見積もりを行うとともに、規模の大きな実際の最適配置問題（輸送費と倉庫固定費の総和の最小化問題）を解いた。また、このなかで隣接置換法と呼ばれる Heuristic を開発した。

## 2. 容量制限なし施設（倉庫）配置問題

$f_j$ を*j*番目の倉庫候補地の固定費、 $c_{ij}$ を*i*番目の顧客へ*j*番目の倉庫候補地から輸送する場合の輸送費とし、顧客*i*が倉庫*j*よりすべての部品を供給される場合  $x_{ij} = 1$ 、それ以外の場合  $x_{ij} = 0$ 、倉庫候補地*j*に倉庫を設置する場合  $y_j = 1$ それ以外の場合  $y_j = 0$ 、となるように $x_{ij}, y_j$ をとる。また、顧客の総数を*n*、倉庫候補地の総数を*m*とすると、問題は以下の整数計画問題に定式化できる。（倉庫が供給できる部品容量には事実上制限がない。また顧客の輸送費 $c_{ij}$ は顧客から倉庫までの最短距離に顧客の要求頻度 $v_i$ を乗じたものであるので、顧客は必ず最も近いただ一つの倉庫から全ての部品を供給されると考えてよい。）

$$\text{最小化： } \sum \sum c_{ij} x_{ij} + \sum f_j y_j$$

$$\text{条件： } \sum x_{ij} = 1 \quad j=1 \dots m$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad i=1 \dots n, j=1 \dots m$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\}$$

これは、容量制限なしの施設配置問題（Uncapacitated Facility Location Problem: UFLP）であり、NP-Hardの問題に属する。

## 3. デジタルマップの利用

道路リンク情報のデータ集合であるデジタルマップを以下の理由より利用した。

第一は、現実の輸送コストを厳密に見積もるための基礎データとしての必要からである。輸送費は顧客と倉庫の「距離」に比例すると考え、まず、目的関数の中の $c_{ij}$ を顧客と倉庫候補地の直線距離（最短距離）として算出し最適化を行った。しかしながら、これらの解の中には東京湾を横切る輸送路など実際には輸送不可能な経路を採用した解が含まれてしまい、信頼性に問題が生じた。そこで、デジタルマップを用い、実際に輸送可能な経路集合を用いて輸送経路を決定するとともに、各道路種別毎の平均運行速度を考慮して、「最短時間距離」を輸送費 $c_{ij}$ に対応させた。

第二は、最適な解を求めるための入力集合としての必要からである。これは、6章に述べる、隣接置換法の適用と関係する。

## 4. データの準備

利用したデジタルマップは3m以上の道路を全て含み、リンクとノードにより定義されるネットワークデータとして与えられる。各リンク（道路セグメント）にはリンクの長さとともに、高速道路、国道などの道路種別が属性として与えられている。リンク数は782,000、ノード（交差点、属性変化点）数は387,000であり、このノード位置に全顧客を配置した。平均運行速度は高速道路、首都高速、13m以上の国道・県道、13m未満の国道・県道、それ以外、の順に、80, 50, 40, 30, 30 km/hourとし、これを用いて顧客-倉庫候補地の対応ノードの最短時間距離を計算し、輸送費に対応させた。倉庫が配置された場合、顧客は最も時間距離の短い倉庫から全ての供給を得ると仮定した。この仮定に基づき現倉庫の輸送費を算出した場合、輸送費の合計に対する各倉庫の比率が、実際のデータにおいて計算したものとほぼ一致することから仮定の正当性を確認した。

現在の倉庫位置に対応するノード集合と、顧客ノードの中から顧客密度に比例して選んだノードの集合の和を、倉庫候補地集合とした。与えられた現

状の倉庫の輸送費・固定費の比率とプログラム内輸送費より、現倉庫のプログラム内固定費の値を計算し、現倉庫群の中での顧客密度とプログラム固定費の一次相関を計算した。この相関に基づき、選定された候補地の固定費を、各々の候補地の顧客密度に応じて算出した。現倉庫に関して、これらの算出された固定費が、実際の固定費の傾向を反映していることを確認した。

### 5. 最適化の方針

グラフ  $G=(V,E)$  とし、ネットワーク  $N=(G,W)$  とする ( $W$  はエッジの重み)。  $V$  はデジタルマップの全ノード集合である。  $V_c$  を顧客ノード集合、  $V_w$  を倉庫候補地のノード集合とすると、  $V_w \subset V_c \subset V$ 、  $|V_c|=6823(=n)$ 、  $|V|=387,199$  である。求めるべき倉庫集合を  $V_w^* \subset V$  とし、効率的かつ、より最適な解を求めるために、以下の二段階に分けて、最適化を行った。

(Step-1) Greedy- Interchange Heuristic の解、

$V_w^* \subset V_w$  を求める。

(Step-2)  $V_w^n = \{v|v \in V, v \text{ close to } v^+ \in V_w^*\}$  とし、さらに総費用を減少させる解

$V_w^* \subset V_w^n$  を求める。

Step-1では、輸送費と固定費の総和が最小となるように1つつつ倉庫を配置していく(Greedy)手順の後に、選択されている候補地とされていない候補地の1対1交換(Interchange)を費用が減少しなくなるまで行う。 $|V_w|$ を、128, 256, 384, 512, 640, 768, 1024として実験を行い、解の質と $|V_w|$ の関係について検討した。(これに関しては別途報告する。)

Step-2は、隣接置換法(Adjacent Relocation)により実現される。

### 6. 隣接置換法 (Adjacent Relocation)

(1)  $v^+ \in V_w^*$  から輸送を受ける顧客ノードの集合を  $V_c(v^+)$  とする。  $v^+$  を始点として、全ての  $v \in V_c(v^+)$  に対して、  $N$  上で、dijkstra法により最短路を計算し、  $v \in V$  の直前地点ノード  $p=p(v)$  を記録する。ここに  $v^+$  をrootとする木  $T(v^+)$  ができる。

(2)  $v_c \in V_c$  への輸送回数を  $t_c$ 、  $t(v)$  を  $T(v^+)$  におけるノード  $v$  の自分の子供への輸送回数と自分自身への輸送回数の和とする。  $t(v)$  を全ての  $T(v^+)$  のノードについて計算する。

(3)  $v1, v2 \in T(v^+)$  とする。  $w(v1, v2)$  を2つのノードの1輸送あたりの輸送費とする。  $v1$  に倉庫がある場合の総費用が与えられているとき、  $v1$  から  $v2$  に倉庫を置換することによる総費用の減少を  $\Delta C$  とするとこの値は以下で与えられる。(双方が近傍であることより、固定費が同じであると仮定する。)

$$\Delta C = (2t(v2) - t(v1)) \times w(v1, v2)$$

$T(v^+)$  のノードを root から幅優先探索でたどりながら、  $\Delta C > 0$  でかつ最も  $\Delta C$  が大きくなるノードへと倉庫を順次置換していく。全ての隣接ノードに対して  $\Delta C \leq 0$  となったら終了する。

(4) (1)~(3) の手順を全ての  $v^+ \in V_w^*$  のについて行い、最終的な倉庫位置の集合を  $V_w^*$  とする

### 7. 結果

$|V_w|=512$  における、greedy (g), greedy - interchange (gi), greedy - adj. relocation(ga), greedy-interchange-adj. relocation(gia)の各方法の組み合わせによる最適値の変化を図1に示す。縦軸の値は、現在の倉庫配置での総費用を1とした場合の最適値の比を、横軸は倉庫の数を示す。giにより、約10%、隣接置換法をこれに続けて行うことによりさらに2.5%、総費用を減少する解が見つかり、この時の倉庫数は9箇所であることがわかる。

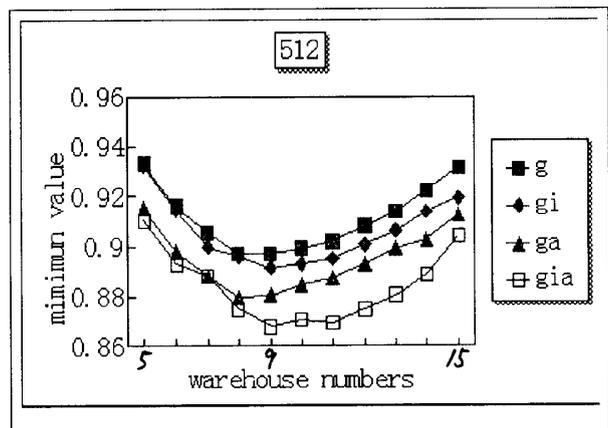


図1 倉庫の数と最適値の関係

### 8. おわりに

デジタルマップを、データ準備の点及び、隣接置換法への利用の点から有効に活用し、規模の大きな実際の適配置問題を解く事ができた。隣接置換法は、総費用からの倉庫の置換による費用の減少を計算するだけなので効率も良く、近似解が与えられている場合、近傍ノードに対するチューニングとして、有効に働くと思われる。

### 9. 参考文献

- [1] Kuehn, A., and M.J. Hamburger. "A Heuristic Program for Locating Warehouses", Man. Sci. Vol. 9, pp.643 - 666, 1963.
- [2] Cornuejols G., M. Fisher, and G.Nemhauser. "Location of Bank Accounts to Optimize Float: An Analytic Study of Exact and Approximate Algorithms.", Man. Sci., Vol. 23, No. 8, pp. 789 - 810, 1977.
- [3] Erlenkotter D., "A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location", Operations Research, Vol. 26, No. 6, pp. 992 - 1009, 1978.
- [4] Beasley J.E., "Lagrangian heuristics for location problems", Euro. J. of Operational Research 65, pp. 383 - 399, 1993.