電力用通信網の伝送交換方式選定における切除平面／分枝限定法

01205890　(財) 電力中央研究所 情報研究所　椎名 孝之　SHIINA Takayuki
(財) 電力中央研究所 情報研究所　下門 信太郎　SHIMOKADO Shintaro

1 背景と目的

電力用通信の役割は、発電所からの出力制御情報や変電所などの各種情報を確実迅速に伝送することであり、電力供給の安定および効率的な供給の確保を目指している。電気事業者が有する通信回線は電力系統の安定運用確保のための電力保安用回線から、一般の事務用回線まで多岐に亘っている。また求められる回線品質も情報により異なるため、現在は個別網構成となっている。しかしこれからの情報量増大に効率的に対応するには、今後ATM (Asynchronous Transfer Mode : 非同期転送モード) による統合網が必要となる。本稿では最適なATMの統合形態を求める問題を整数計画問題に定式化する。そしてこの固有の問題構造を利用し、切除平面法と分枝限定法とを組み合わせた最適解法アルゴリズム (Fractional Cutting Plane Algorithm / Branch & Bound (FCPA/B&B)) を構成し、数値実験によりこの解法の有効性を検証する。

2 伝送交換方式選定問題の定式化

無向グラフ $G = (V, A)$ によって、電力会社の通信ネットワークをモデル化した。点集合 V は、発電所、一般事業所などを表す。辺集合 A は2点間の通信路を示す。そして、グラフ G 上の長さ l_p の次のパス p を考える。

$$p = (v_0, a_1, v_1, \ldots, a_{l_p}, v_{l_p})$$
$$v_0, v_1, \ldots, v_{l_p} \in V, a_1, \ldots, a_{l_p} \in A$$

パス p は、ATM統合対象となる通信路の系列であり、パス上の全ての辺 $a \in p$ において、従来のSTM (Synchronous Transfer Mode : 同期転送モード) における交換方式を選択するか、またはATMに移行するかの何れかを選択しなければならないものとする。制約条件は、このパス p の始点 v_0 から終点 v_{l_p} に通信を行うときの遅延時間が一定値を超えないことである。そして、全ての統合対象パスにおける通信路に関して、総費用最小の伝送交換方式を選定することにする。

以下のように記号を定義する。なお、K, P をそれぞれ、伝送交換方式に対する添字、グラフ G における伝送交換方式選定の対象となるパスを示す添字の集合とする。

表1　変数

変数	意味
x_{ak}	通信路 a において通信方式 k を選択するとき1、それ以外0

表2　パラメータ

パラメータ	意味
c_{ak}	通信路 a における伝送交換方式 k の選択費用
d_{ak}	通信路 a における伝送交換方式 k の遅延時間
b_p	パス p における遅延時間の総和の上限値

定式化は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\text{(IP) min} \quad & \sum_{\substack{a\in p\\ p\in P}} \sum_{k\in K} c_{ak} x_{ak} \\
\text{subject to} \quad & \sum_{a\in p} \sum_{k\in K} d_{ak} x_{ak} \le b_p, \quad p \in P \\
& \sum_{k\in K} x_{ak} = 1, \quad a \in p, p \in P \\
& x_{ak} \in \{0, 1\}, \quad a \in p, p \in P, k \in K
\end{aligned}$$

この問題は Multi - Constraint Multiple - Choice Knapsack Problem となる。単制約の問題については [4] に応用例が示されている。Sarin and Karwan [3] では、連続緩和線形計画問題の高速解法と、GUB (Generalized Upper Bound (SOS: Special Ordered Set とも呼ばれる)) 制約に対する分枝方法とを組み合わせた解法が示されている。

3 切除平面／分枝限定法

3.1 解法のアルゴリズム

本稿で提案する手法は、Nemhauser - Wolsey [2] の枠組に基づくものである。初めに整数計画問題 (IP) の離散条件を連続緩和した線形計画問題を解く。連続緩和問題の最適解は一般的に整数計画問題の実行可能解とはならないため、続いて妥当不等式と呼ばれる制約を添加する。妥当不等式は、連続緩和問題の最適解と整数計画問題の実行可能領域（整数多面体）を分離するものである。

- フェイズ **1.** 切除平面法
  ステップ **1.** 整数計画問題 (IP) の離散条件を連続緩和した線形計画問題を解く。
  ステップ **2.** (IP) の連続緩和問題の最適解を用いて妥当不等式を生成する。
  ステップ **3.** 連続緩和問題に妥当不等式を追加してステップ1.へ戻る。
  ステップ **4.** 妥当不等式が生成できない場合は次のフェイズ2.へ移る。

- **フェイズ 2。分枝限定法**　フェイズ 1. で妥当不等式が加えられた問題に対して、分枝限定法により解を探索する。

3.2 妥当不等式と分離問題

FCPA/B&B の伝送交換方式選定問題への適用は、次の 2 点を解決することによって可能となった。

- **強い妥当不等式の一般形**
  切除平面法の効率化には、実行可能領域（整数多面体）の極大面 (facet) あるいは高次元面を与える強い妥当不等式を求めることが必要である。その形式は、個々の問題の構造に依存する。本稿では 1 次元 0-1 ナップサック被覆不等式 (Knapsack Cover Inequality [1]) を参考にして、伝送交換方式選定問題に固有の強い妥当不等式の一般形を導いた。

定理 1 $\sum_{a\in C^p} x_{ac^p_a} \le |C^p| - 1, p \in P$ は *(IP)* の妥当不等式となる。

ただし C^p, c^p_a は $C^p \subseteq \{a : a \in p\}, c^p_a \in K$ であり、かつ次の不等式を満たすものである。

$$\sum_{a\in C^p} d_{ac^p_a} > b_p$$

すなわち、$\cup_{a\in C^p} c^p_a$ は b_p に対する被覆となるものである。この不等式は、「通信パス p の通信路の部分集合 C^p における伝送交換方式の組合せ $\cup_{a\in C^p} c^p_a$ は遅延時間制約を侵すため、選定してはいけない」と解釈できる。

- **分離問題**
  切除平面法において、総ての妥当不等式を列挙することは、計算時間の点からも不可能に近い。そこで、連続緩和線形計画問題の最適解となる整数計画問題の実行不可能解を整数計画問題の実行可能領域から切り離す有効な妥当不等式のみを求める。妥当な不等式の一般形から、有効な妥当不等式を決定する問題は、分離問題 (Separation Problem) と呼ばれるが、分離問題自体も整数計画問題であるため、難しい問題である。分離問題では以下の近似算法（貪欲算法）を用いて、有効な妥当不等式を効率良く生成した。

分離問題では、上の妥当不等式が (IP) の連続緩和問題の最適解 $\tilde{x}$ によって満たされないような $\cup_{a\in C^p} c^p_a$ を求める。ここで、$\tilde{x}$ に対し、

$$\sum_{a\in C^p} \tilde{x}_{ac^p_a} > |C^p| - 1, p \in P$$

かつ $\sum_{a\in C^p} d_{ac^p_a} > b_p$ となる $\cup_{a\in C^p} c^p_a$ を求める。そして、$\cup_{C^p} c^p_a$ を表す変数を z^p_{ak} とする。すなわち、以下のように定める。

$$z_{ak} = \begin{cases} 1, & \text{if } a \in C^p \text{ and } k = c^p_a \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

パス p における分離問題

$$\begin{aligned} \zeta_p = \min \quad & \sum_{a\in p}\sum_{k\in K}(1 - \tilde{x}_{ak}) z_{ak} \\ \text{subject to} \quad & \sum_{a\in p}\sum_{k\in K} d_{ak} z_{ak} > b_p \\ & \sum_{k\in K} z_{ak} \le 1, a \in p \\ & z_{ak} \in \{0,1\},\ a \in p, k \in K \end{aligned}$$

切除平面法の一反復では、この分離問題を $p \in P$ について $|P|$ 回解くことになる。$\zeta_p < 1$ ならば、$\sum_{a\in C^p} x_{ac^p_a} \le |C^p| - 1$ が最も侵された妥当不等式であり、貪欲解法として以下の手続きを示す。

procedure GREEDY for Separation of Path p :

begin

$\zeta_p := 0$;

delay $:= 0$;

$C^p := \phi$;

for each arc a of path p **do**

$c^p_a := \mathrm{argmin}_{k\in K}(\frac{1-\tilde{x}_{ak}}{d_{ak}})$;

while *delay* $\le b_p$ **and** $p \setminus C^p \ne \phi$ **do**

begin

$a^* := \mathrm{argmin}_{p\setminus C^p}(\frac{1-\tilde{x}_{ac_a}}{d_{ak}})$;

$C^p := C^p \cup \{a^*\}$;

delay $:=$ *delay* $+ d_{a^*c^p_{a^*}}$;

$\zeta_p := \zeta_p + (1 - \tilde{x}_{a^*c^p_{a^*}})$;

$p := p \setminus \{a^*\}$

end

end

手続き GREEDY for Separation of Path p は、$O(l_p|K| + l_p \log l_p)$ の手間で、*delay* の値として $\sum_{a\in C^p} d_{ac^p_a}$ を返す。数値実験の結果については発表会当日報告する予定である。

参考文献

[1] E. Balas, Facet of the Knapsack Inequality, *Mathematical Programming*, 8, 146-164, 1975.

[2] G. L. Nemhauser and L. A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, Wiley-Interscience, 1988.

[3] S. Sarin and M. H. Karwan, The Linear Multiple Choice Knapsack Problem, *Operations Research Letters*, 8, 95 - 100, 1989.

[4] P. Shinha and A. Zoltners, The multiple - Choice Knapsack Problem, *Operations Research*, 27, 3, 503 - 515, 1979.