1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

入力トラヒックのフラクタル性を用いた流体近似モデルにおける予測手法

九州大学経済学部　＊竹林 渉　TAKEBAYASHI Wataru
九州大学経済学部　時永 祥三　TOKINAGA Shozo

1　まえがき

統計多重化されたトラヒックは, フラクタル性 (自己相似性) をもっていることが知られており, これを利用した予測が可能である。本報告では, フラクタル性を利用した代表的なトラヒックモデルのフラクタル性検証と予測について述べる [2],[3]。

2　フラクタル性をもつ時系列の予測手法

一般的な線形入出力システム

$$y(t) = \int_0^{t_0} h(t, t-\tau) x(\tau) d\tau. \tag{1}$$

を考察する。特に, 以下では入出力が同じ時系列である同定問題 ($y(t) = x(t)$ の場合) を考える。インパルス応答関数 $h(t,\tau)$ がスケール関数$\phi(t)$ を用いて次のように展開されると仮定する。

$$h(t,\tau) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} h_{ij}\phi_{Ni}(t)\phi_{Nj}(\tau). \tag{2}$$

ただし,

$$\phi_{ij}(t) = \phi(2^i t - j). \tag{3}$$

$$\phi(t) = \begin{cases} 1, 0 < t \leq 1; \\ 0, \qquad\qquad \text{otherwise} \end{cases}. \tag{4}$$

いま, 式 (1) による予測値$\hat{x}(t)$ と観測値 $x(t)$ との差の最小 2 乗近似を考え, これを最小化するようにインパルス応答関数の係数 h_{ij}を決定する。

ここで,$T_s \leq t \leq T_e$は時系列 $x(t)$ が観測される時間区間であり $T_1 = T_e - T_e$ とする。$0 < t \leq T_2$は時系列 $x(t)$ を予測する区間とする。次を定義する。

$$b = a^D, a = T_2/T_1, T_2 > T_1. \tag{5}$$

ここで,Dは時系列 $x(t)$ のフラクタル次元であり, $1 < D < 2$ である。このとき,$x(t)$ のフラクタル性により, $0 < t \leq T_2$において, 次の式が近似的に成立する。

$$x(t) = \int_0^{bt_0} h(\frac{t}{b}, \frac{t-\tau}{b}) x(\tau) d\tau. \tag{6}$$

すなわち, 時間軸がa倍された領域の中にb個のフラクタル図形が入る。データをもとにして,1 ステップ先のサンプルの予測値を計算することが行われ, これを, 以下ではb時刻先の予測とよんでおく。これに対して, 式 (6) に従って, 予測値を観測値として用いて逐次的に将来の値を予測することが可能となる。これをnb時刻先の予測とよんでおく。

3　フラクタル性の検証

時系列を次のようにウェーブレット変換する。

$$x(t) = \sum_m \sum_n x_n^m \psi_n^m(t). \tag{7}$$

$\psi_n^m(t)$ はウェーブレット基本関数$\psi(t)$ からスケール変換とシフト変換により計算される関数である。

$$\psi_n^m(t) = 2^{m/2}\psi(2^m t - n). \tag{8}$$

この場合, 次のような関係式が成立する。

$$var x_n^m = \sigma^2 2^{-\gamma m}. \tag{9}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

フラクタル性を確認する指標として，この式(9)の対数をとり回帰直線を当てはめた場合の2乗平方誤差 $rmse$ を定義する。

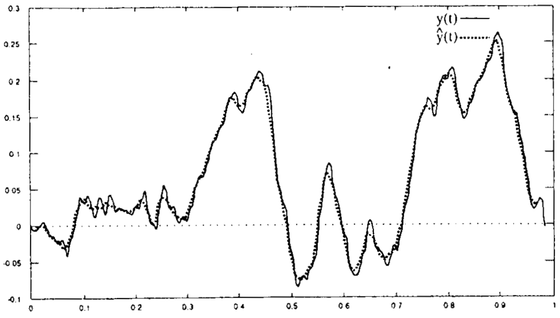

図 1.fBm の予測

4 シミュレーションによる評価

次の4つのトラヒックモデルを仮定する。

(1)fBm(fractional Brownian motion

非整数階積分の計算式により求めたフラクタル時系列である。

(2)MMPP

ATM 交換機におけるトラヒックを表現するモデルとして MMPP(Markov Modulated Poisson Process) が用いられ，MMPP は IPP を多重化したものと解釈されている。

(3)O-U 過程

Ornstein-Uhlenbeck 過程については次に示す確率微分方程式で記述され，その解については解析形で与えられている。

$$dR_t = \kappa(m - R_t)dt + \sigma dB. \qquad (5)$$

また，多重化された Ornstein-Uhlenbeck 過程については，多重化されたオンオフモデルに適用できることが知られている。

(4) 画像信号の統計多重の性質

ATM 交換機でのトラヒックの主要部分を占めると考えられる画像トラヒックは，統計的にアーラン分布あるいはこれを統計多重したトラヒックとしてモデル化されている。

表1にはフラクタル性の検証結果を示している。理論的な fBm と比較して，実際のトラヒックモデルではやや $rmse$ が大きくなっている。しかし，多くの場合において近似的にフラクタルであると見なせる可能性がある。

次に，b 時刻先の予測誤差について表2に整理している。表2では $b = 2, b = 3$ の場合のみ示している。誤差は最大振幅に対する誤差の相対値(パーセント)としている。それぞれ，約 0.6%,1.4%以内に誤差は収まっている。表3には nb 時刻先の予測誤差について整理している。($nb = 30, nb = 60$ の場合のみ)。これより分かるように，約 8%以内に誤差は収まっており，実際に予測によりトラヒック制御を行なう場合には有効であると考えられる。

表 1. フラクタル性の検証結果

トラヒック	fBm	MMPP	O-U	アーラン
最小 $rmse$	0.04	0.11	0.13	0.12
最大 $rmse$	0.08	0.23	0.22	0.32
平均 $rmse$	0.05	0.15	0.16	0.17

表 2. トラヒックの b 時刻先予測誤差 (%)

トラヒック	fBm	MMPP	O-U	アーラン
$b = 2$	0.19	0.52	0.51	0.57
$b = 3$	0.23	1.23	1.36	1.35

表 3. トラヒックの nb 時刻先予測誤差 (%)

トラヒック	fBm	MMPP	O-U	アーラン
$nb = 30$	4.9	6.2	6.1	5.8
$nb = 60$	5.6	8.1	7.5	8.1

5 むすび

フラクタル的な性質をもつ時系列に対する予測手法を用いて入力トラヒックの検証および予測手法を示した。今後，品質制御への応用を検討していく予定である。

文献

[1]Gruenenfelder J.P.Cosmas,J.P.,Manthorpe, S. and Odinma-Pkafor, A.:" Characterization of video codes as ....,".*IEEE J. Select. Areas Commun.*,9(3), pp.284-293 (March 1991).

[2] 時永祥三, 森保洋, 宮崎明雄, 島津宣之:"時系列のフラクタル性質を用いた予測手法とその応用", 信学論 (A), J79-A,11,pp.1793-1800(1996-11).

[3] 時永祥三, 森保洋, 宮崎明雄, 島津宣之:"スケール伸長変換およびウェーブレット変換によるパラメータ推定を用いたフラクタル時系列予測", 信学論 (A),J79-A,12,pp.1-9(1996-12).

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.