1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ウェーブレット変換係数を用いた株価時系列のフラクタル性の検証について

九州大学経済学部　＊池田 欽一　IKEDA Yoshikazu
九州大学経済学部　時永祥三　TOKINAGA Shozo

1　まえがき

本報告では, フラクタル時系列のウェーブレット変換係数が, 時系列の分散とフラクタル次元とにより表現できる性質を用いて株価時系列のフラクタル性を検証する方法について述べ [1],[2], 株価分析の結果を示す。

2　フラクタル時系列のウェーブレット変換

与えられた時系列 $x(t)$ をウェーブレット変換する。

$$x(t)=\sum_n\sum_m x_n^m\psi_n^m(t). \tag{1}$$

$$x_n^m=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\psi_n^m(t)dt. \tag{2}$$

ここで,$\psi_n^m(t)$ は基本関数$\psi(t)$ に対する次のスケール, シフト変換とにより構成される。

$$\psi_n^m=2^{m/2}\psi(2^m t-n). \tag{3}$$

$x(t)$ がフラクタル性をもつことから, ウェーブレット係数 x_n^m の満たすべき条件として, 次の関係式が得られる。

$$varx_n^m=\sigma^2 2^{-\gamma m}. \tag{4}$$

式の両変の対数をとると,m についての線形の直線となるので左辺により計算されるデータに対して回帰直線を当てはめ, この直線との2乗平方誤差 $rmse$ の大きさによりフラクタル性を判定できる。

$$rmse=[\sum_m(log(varx_n^m)-c_0-c_1m)^2]^{1/2}/N \tag{5}$$

Nはデータ数である。

2.1　フラクタル性と次元の推定

フラクタル時系列の分散とフラクタル次元を推定する方法を整理する。パラメータの尤度関数は次の形で与えられる。

$$P=\prod_{m,n}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d^2}}exp[-(x_n^m)^2/2\sigma_d^2]. \tag{6}$$

ここで,

$$\sigma_d^2=\sigma^2\beta^{-m}. \tag{7}$$

であり,σ^2は推定しようとしている時系列の分散であり,βは推定する未知のフラクタル次元 Dと次に示す関係式で結ばれる。

$$\beta=2^\gamma,\gamma=5-2D. \tag{8}$$

式 (8) の対数尤度関数をとり, 添字 m ごとの集計をとり,

$$L(\sigma^2,\beta)=-0.5N(m)\sum_m[\sigma_m^2/\sigma_d^2+ln(2\pi\sigma_d^2)]. \tag{9}$$

となる。ここでσ_m^2 は式 (2) における x_m^nについての分散であり,

$$\sigma_m^2=\sum_n(x_n^m)^2/N(m). \tag{10}$$

により計算される。ここで $N(m)$ は x_n^mの m についてのサンプル数である。

式 (12) の尤度関数を最大にするパラメータ値の関係式を導出することにより次元と分散を推定でき

る。次の方程式の根のなかで唯一存在する正の実根よりγを計算する。

$$\sum_{m} C_m N(m)\sigma_m^2\beta^m = 0. \qquad (11)$$

また,C_m,σ^2は次に示す式で計算される。

$$C_m = m/\sum_{m} mN(m) - 1/\sum_{m} N(m). \qquad (12)$$

$$\sigma^2 = \sum_{m} N(m)\sigma_m^2\beta^m/\sum_{m} N(m). \qquad (13)$$

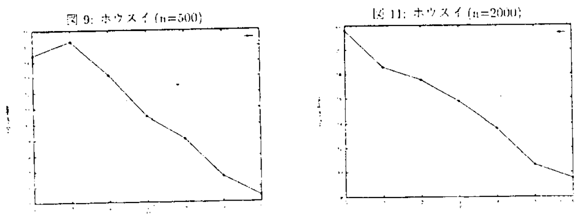

図 1.N=500,2000 の場合の $\log x_n^m$ の比較

3 応用例

実際の株価時系列の他に, 比較のために正弦関数に雑音を加えた定常波も発生させ, 結果を示している。この $x(t)$ に対してフラクタル性の検討と次元と分散の推定を行なう。

(1) 観測期間の長さによる変化

表 1 には,5 種類の銘柄に対する $rmse$ および次元 Dの推定状況を示している。R_{500},D_{500}はそれぞれサンプル数が 500 の場合の $rmse$ と次元 Dを意味する。比較のために正弦関数に雑音を加えた定常波の結果も示している。これらの結果より分かるように,全体的に $rmse$ は 0.2 程度となっている。この広がりについては, 銘柄による差は大きくない。

観測期間による $rmse$ の違いについては, 一般的に期間が長くなるほど縮小する傾向になる。これは長い時系列には, よりフラクタル性が含まれていることを意味している。しかし, サンプル数が 1000 である場合の方が,2000 の場合より小さくなるケースも存在しており, 株価の性質に依存するものがある。

(2) 業種による変化

表 2 にはサンプル数が 2000 の場合の業種による $rmse$ の値 Rと,Dの変化を示している。業種による変化については, 明確には差異が現れない。やや, 化学や電気ガス, 金融保険でフラクタル性が強い。これは株価のフラクタル性が一般的に成立することを示している。また, フラクタル次元についても約 1.5 の近辺である。

表 1.$rmse$, 次元の観測長さによる変化

銘柄	R_{500}	D_{500}	R_{2000}	D_{2000}
定常波	0.47	1.12	0.34	1.25
三洋電気	0.22	1.34	0.15	1.51
ホウスイ	0.29	1.37	0.17	1.50
KDD	0.15	1.58	0.12	1.56
ダイソー	0.20	1.51	0.13	1.57
キャノン	0.14	1.46	0.13	1.53

表 2.$rmse$, 次元の業種による変化

銘柄	R	D	銘柄	R	D
富士電機	0.14	1.47	日立工機	0.16	1.48
東芝機械	0.14	1.49	OKK	0.18	1.53
東ソー	0.11	1.52	日本化成	0.12	1.50
明治製菓	0.16	1.47	日本製糖	0.16	1.47
日立金属	0.16	1.44	川崎製鉄	0.12	1.53
日本ユニシス	0.17	1.50	住友商事	0.12	1.54
読売ランド	0.13	1.53	東宝	0.18	1.54
九州電力	0.12	1.56	東邦ガス	0.14	1.55
野村証券	0.12	1.57	安田火災	0.12	1.52

4 むすび

株価時系列のウェーブレット変換係数によりフラクタル性およびパラメータを推定する方法を述べた。今後の課題としては短期的な相関も持つ時系列への本手法の適用問題があり, 検討を進めていきたい。

文 献.

[1] 時永祥三, 森保洋, 宮崎明雄, 島津宣之:"時系列のフラクタル性質を用いた予測手法とその応用", 信学論 (A), J79-A,11,pp.1793-1800(1996-11).

[2] 時永祥三, 森保洋, 宮崎明雄, 島津宣之:"スケール伸長変換およびウェーブレット変換によるパラメータ推定を用いたフラクタル時系列予測", 信学論 (A),J79-A,12,pp.1-9(1996-12).

[3]Wornell,G.W.and Oppenheim,A.V. :"Estimation of fractal signals from noisy measurement using Wavelets", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.40, No.3, pp.611-623 (March 1992)