1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

# 時系列のフラクタル性を利用した株価の予測手法

九州大学経済学部 ＊時永 祥三 TOKINAGA Shozo
九州大学経済学部 池田 欽一 IKEDA Yoshikazu

## 1 まえがき

本報告では, 時間軸のスケール伸長に対してフラクタル時系列ではインパルス応答の自己相似的な性質が保持されることを用いた予測手法を示し [2],[3], 各種の株価の予測問題へと適用している。

## 2 フラクタル性をもつ時系列の予測手法

一般的な線形時変入出力システム

$$y(t)=\int_0^{t_0} h(t,t-\tau)x(\tau)d\tau, t>t_0. \quad (1)$$

を考察する。線形時変システムのインパルス応答関数 $h(t,\tau)$ がスケール関数 $\phi(t)$ を用いて次のように展開されると仮定する。

$$h(t,\tau)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} h_{ij}\phi_{Ni}(t)\phi_{Nj}(\tau). \quad (2)$$

ただし,

$$\phi_{ij}(t)=\phi(2^i t-j). \quad (3)$$

$$\phi(t)=\begin{cases}1, 0<t\le 1;\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}. \quad (4)$$

特に, 以下では入出力が同じ時系列である同定問題 $(y(t)=x(t)$ の場合) を考える[2)3)]。

いま, 式 (1) による予測値 $\hat{x}(t)$ と入力時系列 $x(t)$ との差の最小 2 乗近似を考え, これを最小化するようにインパルス応答関数の係数 $h_{ij}$ を決定する。計算にあたり式 (2) で $N=1$ とし, $j$ の範囲を $j=1\sim 4$ に限定する。

いま, $T_s\le t\le T_e$ は時系列 $x(t)$ が観測される時間区間であり $T_1=T_e-T_s$ とする。また, $0<t\le T_2$ は $x(t)$ を予測する区間とする。次の量を定義する。

$$b=a^D, a=T_2/T_1, T_2>T_1. \quad (5)$$

$D$ は時系列 $x(t)$ のフラクタル次元であり, $1<D<2$ である。$x(t)$ のフラクタル性により, $0<t\le T_2$ において, 次の式が近似的に成立する。

$$x(t)=\int_0^{bt_0} h(\frac{t}{b},\frac{t-\tau}{b})x(\tau)d\tau, t>bt_0 \quad (5)$$

すなわち, 時間軸が $a$ 倍された領域の中に $b$ 個のフラクタル図形が入ると解釈される [1]。

予測の計算を簡単にするために, $b=$ 整数 となるように $T_1, T_2$ を選んでいる (例:$T_2=2^{1/D}T_1$)。サンプリングされた時系列を仮定し, サンプリング間隔を 1 とする (式 (1) では $t=t_0+1$, 式 (5) では $t=bt_0+b$)。

b 予測を議論する場合には, 通常, 現在までの観測データをもとにして, 1 ステップ先のサンプルの予測値を計算することが行われる。これを, 以下では $b$ 時刻先の予測とよぶ。これに対して, 式 (5) に従って, 逐次的に $n$ ステップ将来の値を予測する場合を $nb$ 時刻先の予測とよんでおく。図 1 にはプログラムにより発生させたフラクタル時系列 fBm(fractional Brownian motion) の予測の様子を示している。

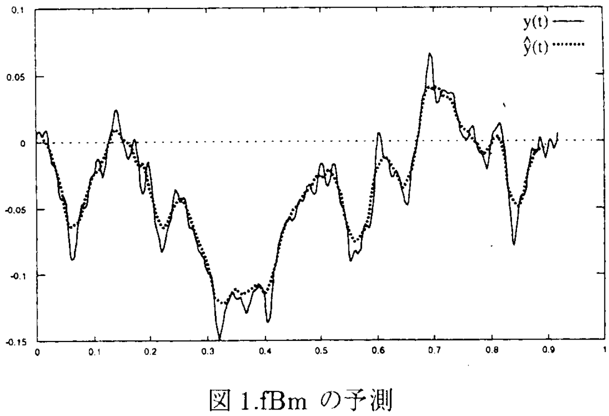


図 1.fBm の予測

## 3 応用例

以下では,実際に観測された株価(終値)をフラクタル時系列としてモデル化し,その将来の値を予測して実際に観測された時系列との比較を行う。比較のために正弦関数に雑音を加えた定常波の結果も示している。

結果を表1,表2にまとめている。

(1) 観測期間の長さによる違い

表1には,5種類の株価銘柄に対する株価予測の誤差の状況を示している。予測誤差は期間内の最大振幅に対する誤差の割合(パーセント)としている。$N$はサンプル数であり,$N = 500, 2000$の場合を考察している。予測期間については,$b$時刻先については$b = 2$,$nb$時刻先については$nb = 30$の場合の予測誤差を示している。これらの結果より分かるように,全体的に$b$時刻先の予測誤差は振幅に対して0.6%程度となっている。一方,$nb$時刻先の予測誤差については銘柄により差が大きく誤差が小さい場合には5%程度であるが大きい場合には7%程度まで拡大している。しかし,定常波に対する予測誤差より十分に小さい。また,ここでは結果の表示は省略しているが,線形予測を単純に適用した場合と比較すれば格段に良好な結果となっている。

観測期間による予測誤差の違いについては一般的に期間が長くなるほど誤差は小さくなる傾向になる。これは長い時系列にはよりフラクタル性が含まれていることを意味している。

(2) 業種による差

業種による株価予測の差について検討する。結果を表2に示している。表2においてケース$I, II$,はそれぞれ,$nb = 30, nb = 60$時刻先の予測誤差の場合に対応している。この結果より分かるように,業種により若干の差は見られるが,予測誤差が30時刻先の場合には5%前後,60時刻先の予測の場合には7%前後となっており,実際に予測を用いて投資決定をするには大きな違いはないと考られる。なお,60時刻先の予測は,例えば200日間の観測された株価から60日先の株価を予測するものであり,その誤差が7%程度であることは,この予測方式が有効であることを示している。通常行なわれるブラウン運動のモデル,あるいは線形予測では,このような精度は得られない。

表1. 予測誤差(%)の観測長さによる変化

| | $b = 2$ | | $nb = 30$ | |
|---|---|---|---|---|
| 銘柄 | $N = 500$ | $N = 2000$ | $N = 500$ | $N = 2000$ |
| 定常波 | 4.5 | 4.1 | 12.2 | 11.0 |
| 三洋電気 | 0.71 | 0.49 | 6.3 | 5.9 |
| ホウスイ | 0.61 | 0.51 | 7.1 | 6.2 |
| KDD | 0.65 | 0.51 | 6.6 | 5.9 |
| ダイソー | 0.57 | 0.65 | 6.5 | 5.2 |
| キャノン | 0.61 | 0.55 | 7.1 | 5.6 |

表2. 予測誤差(%)の業種による変化

| 銘柄 | $I$ | $II$ | 銘柄 | $I$ | $II$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 富士電機 | 6.2 | 5.7 | 日立工機 | 6.8 | 5.8 |
| 東芝機械 | 7.3 | 6.1 | OKK | 7.3 | 6.7 |
| 東ソー | 6.8 | 5.9 | 日本化成 | 6.2 | 6.1 |
| 明治製菓 | 7.1 | 6.8 | 日本製糖 | 7.2 | 6.3 |
| 日立金属 | 8.2 | 7.1 | 川崎製鉄 | 8.1 | 7.1 |
| 日本ユニシス | 7.1 | 6.5 | 住友商事 | 7.1 | 6.5 |
| 読売ランド | 7.5 | 6.1 | 東宝 | 7.1 | 6.2 |
| 九州電力 | 6.5 | 5.7 | 東邦ガス | 6.5 | 6.3 |
| 野村証券 | 7.1 | 5.9 | 安田火災 | 7.4 | 6.5 |

## 4 むすび

フラクタル時系列予測の手法を用いた株価予測を展開した。今後,オプション取り引きへの導入などの実際的な問題を検討していく予定である。

### 文献

[1]Mandelbrot,B, and Van. N.: The Fractional Brwonian motions, fractional noises and applications, *SIAM Rev.*,10, pp.422-436(Oct. 1968).

[2] 時永祥三,森保洋,宮崎明雄,島津宣之:"時系列のフラクタル性質を用いた予測手法とその応用",信学論(A), J79-A,11,pp.1793-1800(1996-11).

[3] 時永祥三,森保洋,宮崎明雄,島津宣之:"スケール伸長変換およびウェーブレット変換によるパラメータ推定を用いた時系列予測",信学論(A),J79-A,12,pp.1-9(1996-12).