1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

小売りにおける新製品の最適監視政策(II)

01204194 流通科学大学情報学部 ＊ 三道 弘明 SANDOH Hiroaki
流通科学大学大学院 村原 朱美 MURAHARA Akemi

5.3 タイプ２の誤りを犯す場合

新製品が死に筋商品である $(\lambda=\lambda_2\in\Lambda_2)$ にもかかわらず，時刻Tにおける累積売り上げ個数が偶然k以上となり，これを売れ筋商品と判断して，時刻T以降も通常セールを継続する場合の期待利益は，次式で与えられる．但し，$\sum_{i=m}^{m-1}\cdot=0$ と定義する．

$$
\begin{aligned}
A_2(k,T) &= m\alpha_1\sum_{i=k}^{\infty}p_i(\lambda_2T)\\
&- \beta\left[\sum_{i=k}^{m-1}\left(T+\frac{m-i}{\lambda_2}\right)p_i(\lambda_2T)\right.\\
&\left.+\frac{m}{\lambda_2}\sum_{i=m}^{\infty}p_i(\lambda_2T)\right], \qquad (12)\\
&k=0,1,2,\cdots,m
\end{aligned}
$$

一方，時刻Tにおける累積売り上げ個数が偶然k以上となっても，この時点でバーゲンを開始する場合の期待利益は，次式のようになる．

$$
\begin{aligned}
B_2(k,T) &= \sum_{i=k}^{m-1}[i\alpha_1+(m-i)\alpha_2]p_i(\lambda_2T)\\
&+ \sum_{i=m}^{\infty}m\alpha_1p_i(\lambda_2T)\\
&- \beta\left[\sum_{i=k}^{m-1}\left(T+\frac{m-i}{\delta_2}\right)p_i(\lambda_2T)\right.\\
&\left.+\frac{m}{\lambda_2}\sum_{i=m}^{\infty}p_i(\lambda_2T)\right], \qquad (13)\\
&k=0,1,2,\cdots,m
\end{aligned}
$$

よって，タイプ２の誤りを犯すときの期待損失は

$$
\begin{aligned}
C_2(k,T) &= B_2(k,T)-A_2(k,T)\\
&= \left[\alpha_2-\alpha_1+\beta\left(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\delta_2}\right)\right]\\
&\times\sum_{i=k}^{m-1}(m-i)p_i(\lambda_2T), \qquad (14)\\
&k=0,1,2,\cdots,m
\end{aligned}
$$

で与えられる．

5.4 期待損失

ここでは，これまでに導出した２種類の期待損失を用いて，先に定義した方策に対する総期待損失を

$$
\begin{aligned}
&C_0(k,T) \qquad (15)\\
&= C_1(k,T)+C_2(k,T)\\
&= \left[\alpha_1-\alpha_2+\beta\left(\frac{1}{\delta_1}-\frac{1}{\lambda_1}\right)\right]\sum_{i=0}^{k-1}(m-i)p_i(\lambda_1T)\\
&+ \left[\alpha_2-\alpha_1+\beta\left(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\delta_2}\right)\right]\sum_{i=k}^{m-1}(m-i)p_i(\lambda_2T),\\
&\qquad k=0,1,2,\cdots,m
\end{aligned}
$$

で与えることとする．よって，これを最小にするような (k^*,T^*) が最適監視政策である．

6. 最適監視政策

6.1 kに関する解析

ここでは，監視期間Tを固定して考える．式(15)の期待損失の差分をとると

$$
\begin{aligned}
\Delta C_0(k,T) &\equiv C_0(k+1,T)-C_0(k,T)\\
&= \left[\alpha_1-\alpha_2-\beta\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\delta_1}\right)\right]\\
&\quad\times(m-k)p_k(\lambda_1T)\\
&- \left[\alpha_2-\alpha_1-\beta\left(\frac{1}{\delta_2}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\right]\\
&\quad\times(m-k)p_k(\lambda_2T), \qquad (16)\\
&\qquad k=0,1,2,\cdots,m-1
\end{aligned}
$$

を得る．ここで，定理１より

$$
\alpha_1-\alpha_2-\beta\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\delta_1}\right)>0 \qquad (17)
$$

であることから，$\Delta C_0(k,T)\geq 0$ は

$$
\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^k\geq\frac{\alpha_2-\alpha_1-\beta\left(\frac{1}{\delta_2}-\frac{1}{\lambda_2}\right)}{\alpha_1-\alpha_2-\beta\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\delta_1}\right)}e^{(\lambda_1-\lambda_2)T} \qquad (18)
$$

と等価である．$\lambda_1 > \lambda_2$であるので，式(18)の左辺はkに関して単調増加である．従って，式(18)を満足するkが存在すればその最小値が最適解k^*である．

ここで，定数aを

$$a = \frac{\alpha_2 - \alpha_1 - \beta\left(\frac{1}{\delta_2} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}{\alpha_1 - \alpha_2 - \beta\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\delta_1}\right)} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)T} \tag{19}$$

のように定義すると，定理1より$a > 0$であり，最適解k^*は以下のようになる．

(1) $\lambda_1/\lambda_2 \geq a$のとき，$k^* = 0$である．すなわち，一切バーゲンセールを行わないことが最適である．

(2) $\lambda_1/\lambda_2 < a < (\lambda_1/\lambda_2)^{m-1}$のとき，式(18)を満足する自然数$k(0 < k < m)$が存在し，その最小値が最適解である．

(3) $(\lambda_1/\lambda_2)^{m-1} \leq a$の場合には，$k^* = m$である．このことは，時刻$T$時点で売れ残りがあれば，即座にバーゲンを実施することが得策であることを意味している．

6.2 Tに関する解析

kを固定して考えたとき，$C_0(k, T)$を最小にするようなTの存在に関する解析は非常に困難である．

6.3 最適政策

Tの現実的意味を考慮し，その代替案よりなる集合を$\{T_1, T_2, \cdots, T_n\}$とすると，最適新製品監視政策は以下の手順で求めることができる．

[1] $i = 1$.

[2] $C_0(k_i, T_i) = \min_k C_0(k, T_i)$.

[3] $i = i + 1$.

[4] $i > n$ならば[5]へ．それ以外は[2]へ．

[5] $C_0(k^*, T^*) = \min_{i=\{1,2,\cdots,n\}} C_0(k_i, T_i)$とすると，最適政策は$(k^*, T^*)$である．

[6] 終了．

7. 数値例

表1に，$m = 100$，$T = 5$とした場合のケース設定と，k^*及び$C_0(k^*, 5)$を示す．また，図1には，各ケースにおける期待損失$C_0(k, 5)$を示す．

表 1: ケース設定

	Case 1	Case 2	Case 3
λ_1	4		
λ_2	0.5	0.6	0.7
δ_1	6		
δ_2	2		
α_1	20		
α_2	5		
β	30		
m	100		
T	5		
k^*	9	10	10
$C_0(k^*, 5)$	5.52	7.70	9.54

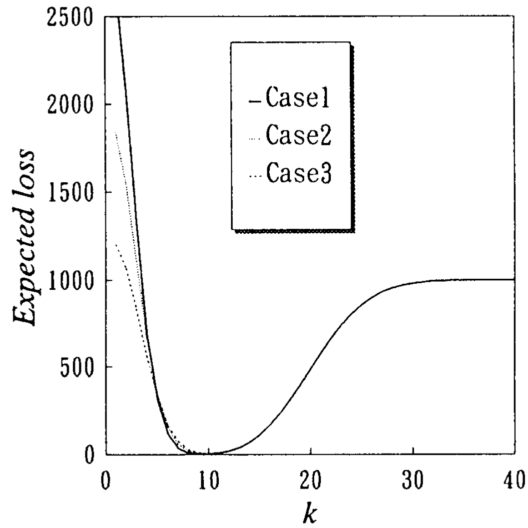

図 1: 期待損失

参考文献

[1] 服部吉伸，POSが活きるストアマーケティング，日本実業出版社，1987.

[2] 野田傑，マイクロマーケティング–顧客データの戦略的活用–，日刊工業新聞社，1992.

[3] 小和田正，確率過程とその応用，実教出版，1988.

[4] 依田浩，尾崎俊治，中川覃夫，応用確率論，朝倉書店，1989.

[5] 尾崎俊治，確率モデル論，朝倉書店，1996.