1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

不確定環境下ＧＡの確率的整数計画問題への適用

宮崎大学 *池之上博子 IKENOUE Hiroko
01704426 宮崎大学 吉冨康成 YOSHITOMI Yasunari
01307856 宮崎大学 冨田重幸 TOMITA Shigeyuki

1 緒言

現実には、不確定性のもとで意思決定しなければならない場合がよくある。これらの問題を数理計画問題としてとらえた場合、目的関数や制約条件に確率変動を入れた確率計画問題として定式化できる。しかし、この種の問題に一般的解法はなく、単純化したケースを解いたり、離散近似やシナリオ統合等のアプローチが行われているというのが現状である [1]。

そこで、近年数理計画問題の解法にも応用されてきた遺伝的アルゴリズム（ＧＡ）に着目し、確率計画問題の解法として、ＧＡの環境に確率変動を導入する手法を検討した。

2 ＧＡの環境への確率変動の導入と計算手順

確率計画問題において、確率変数の変動に伴い解の目的関数値が変動することを、ＧＡにおいては、同じ個体の適応度が確率的変動を含んでいると考えることとする。この適応度の確率的変動を各世代の適応度関数を確率的に変動させることにより実現する。すなわち、ＧＡの各世代の環境が不確定（確率的）であるとして取り扱う。そして、全世代を通じての個体の集合とその出現頻度を算出する。この方法を不確定環境型ＧＡと呼ぶこととし、以下に示す手順で計算を行う。

1. 初期集団の生成
2. 終了条件が満たされるまでループ
   (a) 各確率変数に対して、その確率分布に従う乱数を用いて適応度関数（＝目的関数)、制約条件を確定
   (b) 適応度の計算
   (c) 選択, 交叉, 突然変異
3. 全世代での各個体（解）の発生頻度を求める

不確定環境型ＧＡによる確率計画問題の解法として、まず、本研究では期待値最大の解を得ることを目標とした。このため、選択方式として、適応度に比例して選択確率が高くなるルーレット戦略を取り、発生頻度が最も高い個体が期待値最大を与える個体（解）となるかを、以下の真値の分かる例で検証した。

3 解の妥当性検証実験

3.1 確率的最適配分問題

次の式で表される確率的最適配分問題を取り扱う。

$$Maximize \qquad E\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}\right)$$

$$Subject\ to \qquad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad (i=1,\cdots,n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad (j=1,\cdots,m)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

$$(i=1,\cdots,n, j=1,\cdots,m)$$

c_{ij}は確率変数で、Eは期待値をとる汎関数。ＧＡの処理条件としては、遺伝子型として順序表現を用い、100 個体, 1500 世代, 1 点交叉, 交叉確率 : 0.6, 1 点突然変異, 突然変異確率 : 0.05 の条件で以下の計算を行った。まず、$n = m = 3$ の時、確率変数 c_{ij}の確率分布の例として、(A)2 値をもつ一様分布, (B)3 値をもつ 1 山分布, (C)3 値をもつ 2 山分布, (D)5 値をもつ 2 山分布, (E) 平均値で規格化された標準偏差 1 の正規分布, (F) 平均値で規格化された標準偏差 1 の正規分布を２つ合成した分布, について、各確率分布につき３例を

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

５回づつ、本法で計算を行い、別途、目的関数の真値を計算して比較することにより、本法の解の妥当性の検討を行った。次に、$n=m=10$ の時、確率変数 c_{ij} の確率分布のタイプを、前述の (E) 型として、本法の解の妥当性の検討を行った。この場合、１人に１つ得意な仕事をランダムに選び、ＧＡの個体数は 2500 とした。更に、(A) と (C) を例に各５回、本法の個体数１番目の解を致死遺伝子とし、不確定環境型ＧＡを施し、次いで、同様に解の順番がすべて決まるまでその処理を順次施し、期待値が２番目以降の解も決定できるか検討した。

3.2 確率的ナップサック問題

次に、以下の式で表される確率的ナップサック問題を取り扱う。

$$Maximize \quad E\left(\sum_{i=1}^{n} c_i x_i\right)$$

$$Subject\ to \quad Pr\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leqq b\right) \geqq 1-\varepsilon$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad (i=1,\cdots,n)$$

a_i, c_i の一方または両方が確率変数。ＧＡの処理条件としては、500 個体, 1500 世代, 2 点交叉, 交叉確率 : 0.6, 1 点突然変異, 突然変異確率 : 0.1 の条件で以下の計算を行った。$n=8$ とし、(1) 目的関数の中の係数 (c_i) が確率変数の場合 (分布型は $(B),(C),(E),(F)$ の各々)、(2) 制約条件の中の係数 (a_i) が確率変数の場合 (分布型は $(B),(C),(E)$ の各々)、(3) 両方の中の係数が確率変数の場合 $(a_i, c_i$ とも (B), a_i は (B), c_i は (C), a_i は (C), c_i は (B), a_i, c_i とも $(C))$ の３つのケースについて本法の解の妥当性の検討を行った。ここで、確率分布のタイプ $(B),(C),(E),(F)$ は、確率的最適配分問題で表記したものと同じである。計算は、同一条件で各５回行い、別途、目的関数の真値を計算して、本法の解の妥当性の検討を行った。

4 まとめと今後の展開

本手法での解が、参照用に別途求めた期待値最大の解と一致することを確認した。その例として、図１の左図に、確率的最適配分問題での c_{ij} の確率分布が (F) の場合の結果を、右図に確率的ナップサック問題での c_i と a_i の確率分布が共に (C) の場合の結果を示す。いずれの場合も、相対出現頻度 (＝出現頻度÷最大出現頻度) が最大の解 (個体) が、相対期待値 (＝期待値÷最大期待値) が最大の解 (個体) に一致している。但し、期待値１番目と２番目の差が相対値で 2.5 %以下の場合には、期待値２番目の解を本手法での個体数最大の解と誤判断してしまう例があった。それ故、解の厳密性を期す必要がある場合には、本手法で得られた解 (個体) の内、出現頻度が上位の解の期待値を計算して、期待値最大の解を得るという方法をとることもできる。また、本手法のもつより重要な特徴として、期待値が２番目以降の解も決定できる可能性があるという利点を確認することができた。更に、本手法の計算時間は、確率変数が離散分布をもつ場合、通常のＧＡで解を求めた場合と比較して、例えば約 1/100 以下で済むことが確認できた。

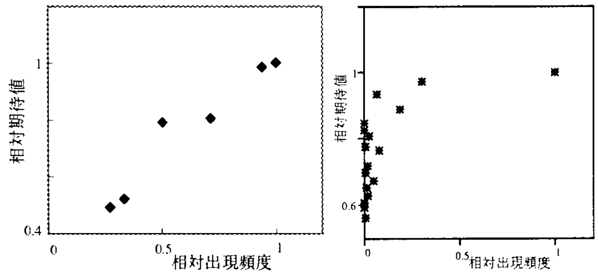

図 1: 解の妥当性検証例, 左図： 確率的最適配分問題, 右図： 確率的ナップサック問題.

以上のことから、本手法は、確率的スケジュ-リング問題、確率的巡回セールスマン問題等、ＧＡのコーディングが可能な種々の確率計画問題への適用が可能な有望な手法として期待できる。また、不確定性からくる最適解自体の変動確率の評価も可能である。今後の課題としては、最適解になる確率が最大の解、目的関数値がある値以上になる確率が最大の解などをも決定できるように選択等ＧＡの遺伝オペレータを解の具備条件に応じて設計して本法を拡張することがあげられる。

参考文献

[1] 石井博昭“多様化時代の数理計画法 第３回 確率計画法”, オペレーションズ・リサーチ,41(1996)504–509.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.