

不通領域がある場合の移動距離の分布について

02004050 筑波大学 *石井 儀光 ISHII Norimitsu

01102840 筑波大学 腰塚 武志 KOSHIZUKA Takeshi

1. はじめに

都市において複数の地点で同時に火災が発生したような場合を考える。そのような状況下で人々が安全な領域まで避難するのにどれくらいの距離を要するものであろうか。また、延焼速度や出火点の数によっては避難することが不可能な人々も出てくることが予想されるが、各地点における火災の規模や都市全体でみた場合の火災の密度によって安全に避難できる人の割合がどのように変化していくのであろうか。火災工学などの分野では現実的に即した様々な研究がなされているが、本研究では積分幾何学的手法を用いてこのような問題を解析的に考えていくことを目的とする。そこで、複数の地点で同時に火災が発生し、各地点から同心円状に延焼していくような状況を考える。そのような状況下で、火災によって通行不能となった領域（以下、不通領域と呼ぶこととする）を通らずに移動できる距離の分布について考察する。

2. 距離分布の導出

面積 S の都市領域 D の中で人は一様に分布しており、速度 v で移動するものとする。都市領域 D において平均的に密度 ρ で出火点が一様にランダムに分布し、時刻 $T = 0$ で同心円状に拡大を開始し、不通領域の半径が拡大する速度を人の歩行速度の α 倍とする。すると、 $T = t$ における不通領域の半径は αvt と表される。これらの仮定の下で、都市領域 D の中の点 O を起点として点 Q までの直線分上の移動を考える（図1参照）。

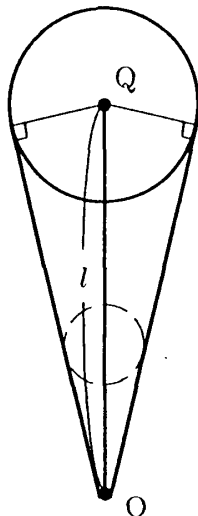


図1 領域 D_1

なお、この直線分 OQ 上で移動開始時刻を $T = 0$ として時刻 t における移動者の位置を P_t と表すこととする。このとき、移動者が位置 P_t において不通領域に入らないためには位置 P_t から半径 αvt の円内（この円を C_t とおく）に出火点が存在しなければよい。そこで、時刻 $T = 0$ から t_1 までの移動の間に不通領域をよぎらないためには、 $T = 0$ から t_1 まで連続的に t を変化させたときの C_t の包絡線によってできる図形の中に出火点がなければよい。即ち、図1の実線で囲まれた領域 D_1 の中に出火点が1つもなければ、移動者が不通領域に入り込まずに図中の距離 l だけ移動することができる。本研究では移動者の移動距離の分布に着目したいので以下では時間 t を用いるのではなく、距離 l を用いて表現することとする。そこで、移動距離 l を

$$l = vt \tag{1}$$

と定義する。さて、領域 D_1 の面積を s_1 とおくと s_1 は、

$$s_1 = \left\{ \alpha \sqrt{1 - \alpha^2} + (\pi - \arccos \alpha) \alpha^2 \right\} l^2 \tag{2}$$

と表せる。

以上のことから、移動者が全く障害なしに移動できる直線距離 l の確率分布関数 $F(l)$ は

$$F(l) = 1 - e^{-\rho \beta l^2} \tag{3}$$

と表せる（文献[2]参照）。これをもとにして確率密度関数 $f(l)$ は

$$f(l) = 2\rho\beta l e^{-\rho\beta l^2} \tag{4}$$

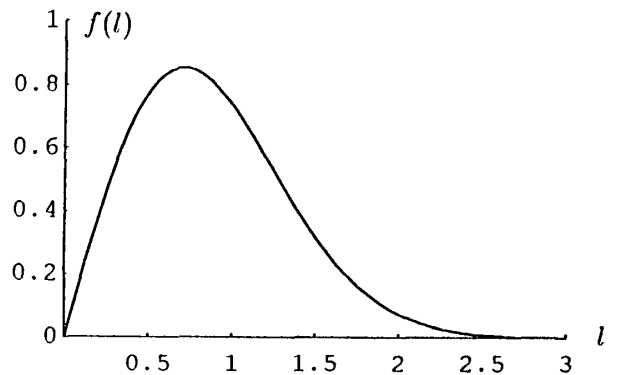


図2 距離 l の確率密度関数 $f(l)$

と求められる。ただし、

$$\beta = \alpha\sqrt{1-\alpha^2} + (\pi - \arccos \alpha)\alpha^2 \quad (5)$$

とする。図2に $\rho = 0.5, \beta = 2$ の場合の $f(l)$ のグラフを示す。また、 l の平均値 \bar{l} は、

$$\bar{l} = \frac{1}{2\sqrt{\rho}} \quad (6)$$

と計算できる(文献[2]参照)。つまり、全く障害なく移動できる距離の平均値は出火点の密度 ρ によって決まることが分かる。

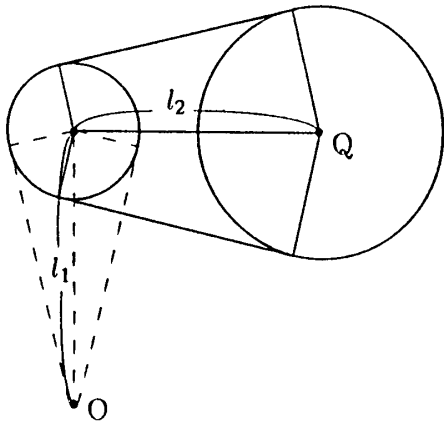


図3 領域 D_2

つぎに、距離 l_1 だけ進んだ後で更に追加的に距離 l_2 だけ進むことを考える(図3参照)。このとき、図3の実線で囲まれた部分を領域 D_2 とし、その面積を s_2 とおくと s_2 は

$$s_2 = \left\{ \alpha\sqrt{1-\alpha^2} + (\pi - \arccos \alpha)\alpha^2 \right\} (l_2^2 + 2l_1l_2) + \alpha^2\pi l_1^2 \quad (7)$$

と表される。なお、 l_2 がどの方向に対する移動であってもこの s_2 は変化しない、よって先ほどと同様にして、距離 l_2 の確率密度関数 $F(l_2)$ は

$$F(l_2) = 1 - e^{-\rho\beta(l_2^2 + 2l_1l_2) + \alpha^2\pi l_1^2} \quad (8)$$

と表せる。これをもとに、確率密度関数 $f(l_2)$ は

$$f(l_2) = 2\rho\beta(l_2 + l_1) e^{-\rho\beta(l_2^2 + 2l_1l_2) + \alpha^2\pi l_1^2} \quad (9)$$

と求められる。

図4に $\rho = 0.5, \beta = 2, l_1 = 0.5$ の場合の $f(l)$ のグラフを、図5に $\rho = 0.5, \beta = 2, l_1 = 2.0$ の場合の $f(l)$ のグラフを示す。

3. おわりに

本研究では最近隣距離分布の考え方をを用いることによって不通領域を通過することなく直線で移

動できる距離の分布を導出した。また、距離 l_1 だけ進んで不通領域にぶつかった時点で方向を変え、追加的に移動可能な直線距離の分布 $f(l_2)$ も導出した。式(9)は再帰的に利用可能な関数であることから今後はそれを用いて避難距離の分布を導出していく予定である。また、避難距離と言った場合に、人々が安全と思われる方向に向かうような移動と、ただ闇雲に逃げるような移動とを比較した場合では同じ条件下でも避難可能な人の割合が変わってくると思われるので、今後はその点も考慮して考察を加えていく。

4. 参考文献

- [1] M.F.Dacey(1965): Order Distance in an Inhomogeneous Random Point Pattern. Canadian Geographer vol.9, pp.144-153.
- [2] 腰塚武志(1985): 都市施設の密度と利用者からの距離との関係について。日本都市計画学会学術研究論文集, pp.85-90.
- [3] 谷村秀彦, 腰塚武志, 他(1986): 都市計画数理。朝倉書店。
- [4] 日本建築学会編(1992): 建築・都市計画のためのモデル分析の手法。井上書院。

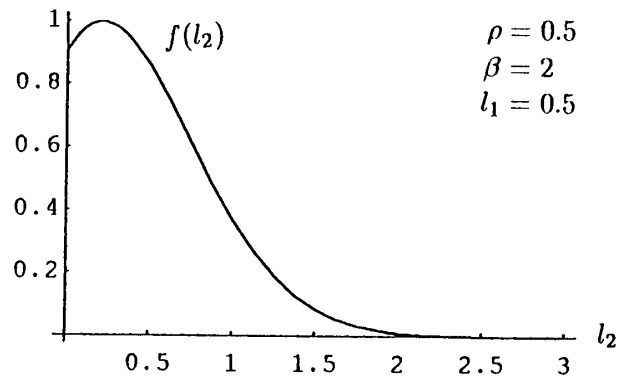


図4 距離 l_2 の確率密度関数 $f(l_2)$ - (1)

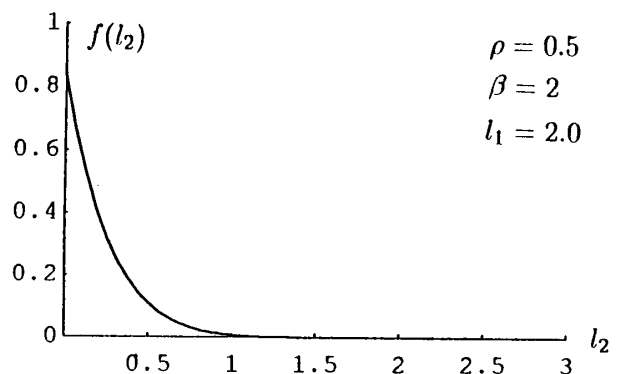


図5 距離 l_2 の確率密度関数 $f(l_2)$ - (2)