1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

平面領域の形と領域内距離の分布

02003230　筑波大学　社会工学研究科　*出水田智子　IZUMITA Tomoko
01102840　筑波大学　社会工学系　腰塚武志　KOSHIZUKA Takeshi

1.はじめに

さまざまな地域スケールにおける土地利用や建物現況等に関する詳細な地図情報が国や地方自治体を中心に近年整備されつつある．それに伴って従来地図にあいまいな形で表示されていた都市平面の形態や構成がある程度正確に把握できるようになり，都市内部の「平面領域」に関わる事象の分析の枠組みや指標がこれまで以上に必要となってきている．

そこで本研究では,領域の形（領域境界線の形状）と領域内部の距離との幾何学的な関係を知る一つの方法として，領域内の一様な２点間の直線距離の分布に着目し，その分布を導出する方法について述べる．まず，凸多角形領域内の距離分布を計算幾何学のアルゴリズムを用いて数値的に計算する方法を述べる．次にその計算結果を踏まえながら，凸でない領域の場合の距離分布を長方形の距離分布を用いて近似的に得る方法について考察する．

2.距離分布の導出方法

距離分布を計算する基本単位として一つの平面領域の中で一様に分布する２点を仮定し，この２点を領域内で動かしてその間の距離がちょうどrとなるときのそれぞれの点の集合の測度を距離分布と定義する．この定義と理論的な式の導出については文献[1]で詳しく述べてあるので，ここでは具体的に距離分布を求める手順について述べる．

２点の集合の測度を距離の関数で表現するために１点だけXY座標(x_1, y_1)で表わすことにし，この

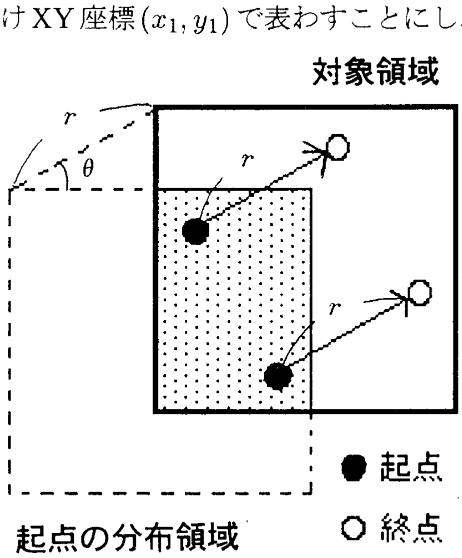

図1　起点と対象領域との交差部分の面積

点からの極座標(r,θ)でもう１点の位置を表わすと，結局２点間の距離はθの方向の有向線分の長さrに相当する．このような線分の量を密度で表す距離分布$f(r)$は極座標変換によるヤコビアンがrとなることに注意すると以下のような式で与えられる．

$$f(r) = rg(r). \tag{1}$$

ただし

$$g(r) = \iiint_{(x_1,y_1),v\in D} \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}y_1 \mathrm{d}\theta \tag{2}$$

であり，Dは対象領域vは線分の(x_1, y_1)ではない方の端点を表す．ここで便宜上，端点(x_1, y_1)を起点，端点vを終点と呼ぶことにすると，起点と終点を同じ領域D内で同時にとりうるような長さrの線分の量である領域内距離の分布$f(r)$は，起点の分布領域と対象領域との交差部分の面積(図1のメッシュ部分)を線分の方向(角度)で積分しその結果得られる(2)式の$g(r)$値にrをかけて求められる．

円や長方形の形で表わされる領域内距離の分布については，前項で述べた交差部分の面積の積分を定式化できるために簡単に求められる．一方，一般的な形の領域の場合は$g(r)$を定式化できないために距離分布を理論的に求めるのは困難である．ある程度定式化が可能であると見込まれる多角形領域の場合も，実際には頂点数が増えると角度による場合分けが煩雑となり容易には求められない．ただし，凸多角形の場合には計算幾何学の算法と数値積分法を用いれば近似的に計算することが可能である(文献[2][3])．以下に今回用いた凸多角形領域の距離分布を求める計算の手順を簡単に示す．

1).凸多角形の各頂点のXY座標を反時計周りに与える．

2).rとθの値を与え，1).の頂点集合をθの方向にrだけ平行移動した多角形の頂点集合を生成する．

3).２つの多角形の頂点集合からそれぞれ得られる多角形の辺集合の交わりを判定し，交点を求める．

4).２つの頂点集合のうち相手の内部に含まれるものをそれぞれ検出し，3).の交点を加えて反時計周りにソートする．(交差部分の頂点集合)

5).交差領域の面積を計算する．

6).上記の手順を用いて，0から2πの区間を一定の刻み幅でとったθについて求め，その結果を数値積分する．($g(r)$の算出)

7).得られた$g(r)$にrをかける．($f(r)$の算出)

2. 正多角形領域内の距離分布

文献[4][5]などで述べられているように，同面積の円と正方形の領域内距離分布は大変よく似ていて，多角形の角数を増やすほど円の分布に近くなっていくことが予想される．そこで面積が1になる正六角形，正方形，および長方形(長辺2短辺0.5)の距離分布を前節の方法で計算した結果このことがことが確認できた．したがって凸な対象領域では形がまとまって円に近い場合であるか細長い長方形に近い形であるかが距離分布の形に大きく影響することがわかる．凸領域が細長いかどうかはその領域と交わる直線の領域内での長さℓの平均値$E(\ell)$で示すことが可能である．$E(\ell)$は対象領域の面積をS周長をLとすると$\frac{\pi S}{L}$で与えられる値なので(文献[2])，結局距離分布のおおまかな形はこの2つの値に関係すると考えられる．

3. 凸でない領域について

前項で述べたことが凸でない領域内の距離分布を知る手がかりになると仮定し，図3のような6つの領域モデルについてそれぞれの距離分布を計算し比較してみた．それぞれの面積と周長は
A(S=3,L=12.0), B(S=3,L=6.9), C(S=4,L=20.0), D(S=3,L=8.0), E(S=3.5,L=7.4), F(S=4,L=12)
である．

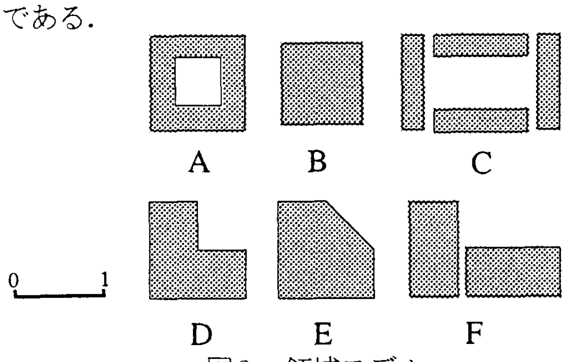

図2　領域モデル

比較の目的は凸でない領域モデルAとDの距離分布に近い分布を示すのはモデルBのように面積が等しい正方形領域か，モデルCやFのように形が似た長方形領域の集合か，あるいはモデルEのように領域の凸包で表わされる領域であるかを知ることである．凸でないモデルAとDの距離分布の導出は場合分けが煩雑ではあるが式の形で得られる（文献[1]）．領域の境界線と交差しない線分量のみ計算しているため．同面積のモデルA,B,Dの分布の総量（分布の積分量）が等しくならないことに注意する必要がある．まず図3をみると同面積の正方形B(S/L=0.43)よりも面積も4つの長方形の距離分布の総和C(S/L=0.2)の方がモデルA(S/L=0.25)の距離分布に近いことがわかる．また図4をみるとほとんど似たような分布ではあるが，同面積の正方形Bの方が凸包E(S/L=0.47)や2つの長方形F(S/L=0.33)よりモデルD(S/L=0.38)の距離分布に近いことがわかる．よって長方形をもとに凸でない領域の距離分布をおおよそ把握するときには面積を同じようにとるだけでなく周長も同じような値でとればよく，凸包の長さと周長の差が小さいときは凸包で囲まれた領域ではなく同面積の1つの多角形に代えて計算した方がよいであろう．

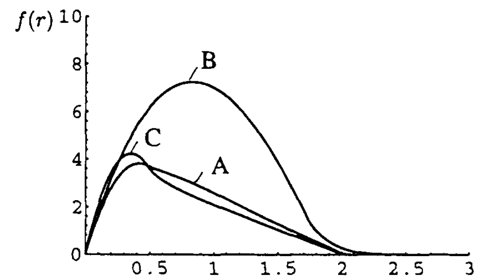

図3　領域モデルAとの比較

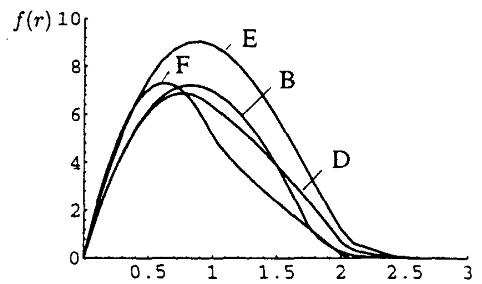

図4　領域モデルDとの比較

4. おわりに

簡単な多角形領域の計算例を用いて距離の分布と領域の形状との間の関係を探った．面積と周長が近い値をとるときに凸でない場合についても似たような距離分布が得られた．なお領域形状が細長くなるに応じて角度θの刻み幅を増やして計算しており，今後その精度や効率的な算法についての検討が必要である．

参考文献

[1] 出水田智子，腰塚武志(1996):地域内の通行不能領域がその周辺の移動に与える影響．日本都市計画学会論文集．pp.37-42.

[2] 伊理正夫ほか(1986):計算幾何学と地理情報処理．共立出版，pp.49-148.

[3] 伊理正夫・藤野和健(1985)：数値計算の常識．共立出版, pp.40-58.

[4] 腰塚武志(1978):地域内距離．Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.21, No.2, pp.302-318.

[5] 腰塚武志(1990)：平面領域の距離分布．日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.186-187.