1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

月次配油計画とその解法

01013030 ＣＣＳ 榎本卓司＊ ENOMOTO Takuji eno@ccs.co.jp
01405000 ＣＣＳ 中塚誠次 NATATSUKA Seiji sei@ccs.co.jp
ＣＣＳ 伊藤慎司 ITO Sinji ito@ccs.co.jp
01605000 東京大学 松井知己 MATSUI Tomomi tomomi@misojiro.t.u-tokyo.ac.jp

1. 月次配油計画問題

本発表では、石油の月次輸送に関する問題について議論し、そのモデル化と計算結果について報告する。

本発表で扱うのは、複数種類の石油を（複数の）積み地から（複数の）揚げ地へと輸送する際の輸送量を決定する問題である。以下では、積み地と揚げ地のペアをリンクと呼ぶ。各リンクに対しては、単位あたりの輸送費用が分かっているものとする（輸送費用は油種には依存しない）。また、各積み地における（各油種の）供給量と、各揚げ地における（各油種の）需要量が与えられている。問題の主な目的は、輸送にかかる総費用の最小化である。

問題が上記の条件だけで与えられていたならば、この問題は油種毎に分解され、個々の問題は古典的な Hitchcock 型輸送問題となる。Hitchcock 型輸送問題は特殊な線形計画であり、現在までに様々な解法が提案されている。しかし本発表で議論する問題には、これに加えて以下の制約が存在する。

(a) 使用不可能リンクの存在：一部のリンクは輸送が許されていない。

(b) 揚げ地のタンク容量制約：いくつかの揚げ地では、その揚げ地に向かうリンクを使用する時は、（各油種の）輸送量の上限がある。上限は揚げ地の需要量の $\alpha\,(<1)$ 倍以下という形で与えられる。

(c) 輸送形態制約：各リンクには、そのリンクを使用する際の油種の組合せについて、許されない組合せがある。

(d) 最低輸送量制約（船型制約）：各リンクを輸送に使用する際は、揚げ地に依存した（全油種合計の）輸送量の下限がある。

(e) 整数制約：ある（一つの）揚げ地では、その揚げ地に向かうリンクを使用する時は、（全油種合計の）輸送量はある定数量の整数倍でなければならない。

(f) 油種間のバランス制約：各リンクを輸送に使用する際は、各油種の輸送量が同じくらいにバランスされていなければならない。

今回扱ったのは、WK,RG,GO の 3 油種、積み地 6 箇所、揚げ地１４箇所の問題である。今回の問題はモデルケースであり、最終的には油種数、積み地数、揚げ地数それぞれが、さらに大きな問題を解く必要がある。

2. 線形計画モデルの構築

先にも述べたように、制約 (a) ～ (f) が存在しなければ、与えられた問題は線形計画である。さらに制約 (a),(b) をこれに加えても線形計画であることは保たれる。問題となるのは (c) ～ (f) の制約の取扱いである。

制約 (c) の制約は実際は以下のようなものであった。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	b	b	a	e	b	a	c	-	-	b	-	-	-	-
2	b	b	a	f	b	a	c	a	-	b	-	-	-	-
3	f	f	-	-	-	-	c	a	-	-	-	-	-	-
4	f	f	-	f	b	-	c	-	a	b	d	d	d	d
5	b	b	a	f	b	a	c	a	a	b	-	-	-	-
6	f	f	-	-	-	-	-	-	a	-	-	-	-	-

上記表の各行は積み地に、各列は揚げ地に対応する。それぞれの記号は以下のような輸送が許されていることを意味する。以下の表記は、例えば (WK,RG) は WK と RG の２油種同時輸送を意味し、() は何も輸送しないことを意味している。

a (WK,RG),(WK,GO),(RG,GO),(WK,RG,GO),()
b (WK,RG),(WK,GO),(RG,GO),(WK,RG,GO),(WK),()
c (WK,RG),(WK,GO),(RG,GO),(WK,RG,GO),(WK),(RG),(GO),()
d (WK,RG,GO),()
e (WK,RG),()
f (WK),()
- () （このリンクは使用不可能を意味する）

上記の表より、ほとんどのリンクは油種

WKの単独輸送か、2または3油種の同時輸送が要求されていることが分かる。この制約は、制約(f)でバランスされた輸送を行なえば自動的に満たされるのはないかと予想し、あえて制約から外すこととした。

制約(d)は、下限が小さい値だったためか、自動的に満たされることが多かったため、最終的には制約から外すこととなった。

制約(e)を導入すると、問題は整数計画となり解くことは非常に困難となる。今回はこの制約を外してしまった。この制約のあるリンクは非常に少ないことから、実際にこの方法を導入する際に対話型システムを構築し、そのリンク上の輸送量を(定数量の整数倍に)固定して解くことを繰り返すことを考えている。

制約(f)は線形計画として取り入れることが難しい制約である。この制約を取り入れるために、各リンクに対して各油種の輸送量の最大値を表す変数を導入し、その変数に罰金として輸送費用をかけることとした。これにより、問題を以下のような線形計画問題として定式化した。

$$
\begin{aligned}
\text{min.}\ & \lambda \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij} z_{ij} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{l\in L} c_{ij} x_{ij}^{l} \\
\text{s.t.}\ & \sum_{i\in I} x_{ij}^{l} = (j\text{の需要量})\ \ (j\in J, l\in L) \\
& \sum_{j\in J} x_{ij}^{l} = (i\text{の供給量})\ \ (i\in I, l\in L) \\
& x_{ij}^{l} \le \alpha(j\text{の需要量})\ \ (i\in I, j\in J', l\in L) \\
& x_{ij}^{l} \ge 0,\ \ ((i,j)\in F, l\in L) \\
& x_{ij}^{l} = 0,\ \ ((i,j)\in D, l\in L) \\
& z_{ij} \ge x_{ij}^{RG},\ z_{ij} \ge x_{ij}^{GO},\ \ ((i,j)\in U) \\
& z_{ij} \ge x_{ij}^{l},\ \ ((i,j)\in V, l\in L)
\end{aligned}
$$

記号の説明

$L=\{WK,RG,GO\}$： 油種の集合

I,J： 積み地の集合と揚げ地の集合

J'： 制約(b)が存在する揚げ地

F： 輸送が許されるリンクの集合

D： 輸送が許されないリンクの集合

U： WKの単独輸送可能なリンクの集合

V： WKの単独輸送不可能なリンクの集合

x_{ij}^{l}: 積み地i,揚げ地j間の油種lの輸送量

z_{ij}: $x_{ij}^{RG}, x_{ij}^{GO}, (x_{ij}^{WK})$の上界 (目的関数が非負係数最小化であるため、最適解では$z_{ij} = \max\{x_{ij}^{RG}, x_{ij}^{GO}, (x_{ij}^{WK})\}$となる)。

λ: 同時輸送を強制するパラメータ

3. 考察

上記の線形計画問題では、各油種が同じリンクを使うならば、罰金である目的関数の第1項は油種1種類にかかることになる。もし各油種の使うリンクが異なるならば、罰金は油種毎にかかることとなり、目的関数値は増加する。また、ある油種の輸送総量が他にくらべて非常に多かった場合は、その油種の輸送費用が目的関数において$1+\lambda$倍されているイメージとなっている。

油種の同時輸送に関する制約(c)の多くは、実は複数種の同時輸送かWKの単独輸送が好ましいという制約であった。このことから、WKの単独輸送を許すリンクに関しては、WKの輸送量に関する変数はz_{ij}の上界制約から外し、WKの単独輸送をできる限り許すことを試みた。実際のデータを用いた実験においても、WKの輸送が非常に多くなる冬季のデータでは、WKの単独輸送を許した上記のモデル化の方がより好ましいと思われる解が得られた。

4. 計算機実験

計算実験では、同時輸送を強制するパラメータλについて、その値を変化させ解の挙動について解析した。

計算実験より、パラメータλを1.5より大きくすると、解は変化しないことが解った。またλを十分大きくした時の解は、同時輸送をまったく考慮しない際($\lambda = 0$)の輸送費用に比べ、2%程費用が増加していた。これより、どんなに良い輸送方法を採用したとしても、$\lambda \ge 1.5$としたとした時の解の比べ、その輸送費用が2%以上下がることは無いことが分かる($0.02/1.02 \cong 0.02$より)。すなわち、(もしこのモデルで得られた解をそのまま用いることができるならば)最適解との誤差は2%以内となっている。

またλの変更によって解は断続的に変化することから、λを変えて計算を繰り返すことにより、各問題について2～4種類程度の推奨される輸送形態が求まった。実務においては、これらの推奨される輸送形態から好ましいものを選ぶことができる。