1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

幹線配送計画問題（非分割財の場合）

01604880 ＊毛利裕昭 （株）三菱総合研究所
01108010 久保幹雄 東京商船大学
01601360 森 雅夫 東京工業大学

1 はじめに

配送計画問題がおもに小型トラックによる地域内輸送の問題を考えていたのに対して本稿では物流拠点間の中大型トラック（トレーラー）による幹線輸送をとりあつかう．配送計画問題にくらべて一階層上位に位置するこの問題は，関連したものとして Powell [6] や Leung et al. [3] が研究した LTL (Less Than Truckload) 輸送問題や最近の Hooker[1] の研究が見られるが，その論文数は配送計画問題に比べ少ない．

しかし，幹線輸送関連の費用は配送計画問題が扱う地域内配送比べて車両費用，高速費用の両者とも非常に大きい．このことは，いいかえれば最適化による費用削減の可能性が配送計画問題に比べ非常に大きいことを示唆する．

[5] では著者のうちの一人が，いくつかの物流会社（もしくは物流部門）から具体的にもちかけられた分割財における幹線配送計画問題について述べている．非分割財についても同様の問題が考えられるここではその定式化と解法について述べる．

2 問題の概要

2.1 問題定義

ここでは，問題の定義と用いる記号，変数を説明する．運ぶべき荷物は，出発点と到着点が異なるものが存在し，どの荷物も混載は可能だが分割は可能ではないとする．以下では出発点と到着点が異なる荷物を品種 (commodity) と呼び区別する．全ての (実行可能な) ルートは既に生成済みとする．このようなアプローチは，帰着される問題が集合分割問題になるので，通常，集合分割アプローチと呼ばれるが，ここでは以下の理由によりルート生成アプローチと呼ぶ．幹線輸送の場合は，全てのルートの数は物流拠点数が少ない（特に日本の場合）ことから比較的少ないので，ルート生成アプローチに向いていると考えられるが，帰着される問題は集合分割問題より複雑な問題となる．

ところで，一般に配送計画問題ではルートとは，「ノードを高々一回通過し，デポからデポに終るノードとアークを交互に並べたものでデポ以外のノードはすべて異なる」と考えられている．しかし，ここでは「アークを高々一回通過し，ノードとアークを交互に並べたもの」とし，多重ルート（同じ部分ルートを何度も利用するルート）は考慮しない．さらには異なるトラックが同じ配送順序で運行するときは，それらは異なるルートであると考える．

このことにより，トラックが異なると，積載容量およびルート関連費用 (高速代，人件費，管理費，減価償却費，ガソリン代) が違ってくる場合も考慮できることになる．

ここでは，「あらかじめ生成されているルートを利用して全品種をいかに最小費用で配送するか」という問題を考える．

記号は以下のものを用いる．

$G=(N,A)$: ノード集合 N とアーク集合 A から構成されるネットワーク．

R: ルートの添え字集合．添え字は $r \in R$.

A_r: ルート $r \in R$ に含まれるアークの集合．

c_r: ルート $r \in R$ の費用．

M_r: ルート $r \in R$ に対応するトラックの積載容量の上限．

K: 品種を表す添え字集合．添え字は $k \in K$.

f_k: 品種 $k \in K$ の荷物量．

o_k: 品種 $k \in K$ の出発点．

d_k: 品種 $k \in K$ の到着点．

以下の変数を用いる．

y_r: ルート $r \in R$ が使われたとき 1，それ以外のとき 0 を表す 0-1 変数．

x_{ij}^k: 品種 $k \in K$ がアーク $(i,j) \in A$ 上を運んでいるか否かを示す)0-1 変数．

2.2 定式化 1

まず，問題の状況を直観的に表現した定式化について記述する．

$$\min \sum_{r \in R} c_r y_r$$

subject to

$$\sum_j f_k x_{ij}^k - \sum_j f_k x_{ji}^k = \begin{cases} f_k & i = o_k \\ 0 & i \in N \setminus \{o_k, d_k\} \\ -f_k & i = d_k \end{cases} \quad \forall k \in K$$

$$\sum_{k \in K} f_k x_{ij}^k \le \sum_{(i,j) \in A_r} M_r y_r \quad \forall (i,j) \in A$$

$$y_r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, k \in K$$

2.3 定式化 2

荷物の途中での乗せ換えはしない現実的な仮定を 1 つ設けることによって定式化 1 を書き直す．この定式化は，ラグランジュ緩和を利用した分枝限定法による解法の方針につながる．記号として新たに以下のものを加える．

変数

ξ_r^k: 品種 $k \in K$ がルート $r \in R$ で運ばれるか否かを示す 0-1 変数．

その他の記号

R_k: R に含まれるルートでその上に o_k と d_k を含み,o_k が d_k に先行している箇所が存在するルート R の部分集合.

K_r: ルート r 上に o_k と d_k を含み,o_k が d_k に先行している箇所が存在する品種 K の部分集合.

K_{ij}^r: K_r の条件に加えて、ルート r 上で o_k から d_k の間で中間に o_k,d_k を含まない箇所の部分ルートにアーク (i,j) を含むすべての品種 K の部分集合.

これらの記号を利用して以下の様に問題を定式化を書き直すことができる.

$$\min \sum_{r \in R} c_r y_r$$

subject to

$$\sum_{r \in R_k} f_k \xi_r^k = f_k \quad \forall k \in K \qquad (1)$$

$$\sum_{k \in K_{ij}^r} f_k \xi_r^k \leq M_r y_r \quad \forall (i,j) \in A_r \quad \forall r \in R$$

$$\xi_r^k = 0 \quad \forall k \notin K_r \quad \forall r \in R$$

$$y_r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R$$

$$\xi_r^k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad \forall r \in R$$

目的関数は,定式化1と同様に総ルート費用の最小化である.第1の制約は,各品種の荷物を運び得るルートでの総運搬量が品種の荷物量に等しいことを示している.第2の制約は,ルート上のあるアークに注目したさいに,そのアークを利用するルート上の品種の和が積載容量によって押えられることを示す.第3の制約は,ルートによって全く運ばれることのない品種に関しては,その荷物量が0であることを示す.

3 定式化2のラグランジュ緩和問題

ここでは,定式化2において分枝限定法を用いることを念頭において,ある分枝ノードにおいて(1)をラグランジュ緩和した問題を考える.

新たに以下の様な記号を導入する.

π_k: (1)に関するラグランジュ乗数 $k \in K$.

F: y_r $r \in R$ のうち自由変数の添え字集合.

S^+: y_r $r \in R$ のうち1に固定された変数の添え字集合.

S^-: y_r $r \in R$ のうち0に固定された変数の添え字集合.

ある分枝ノードにおける(1)をラグランジュ緩和したラグランジュ緩和問題(L_π)は以下のようになる.

$\sum_{k \in K} \pi_k f_k$ は,ラグランジュ乗数が決定されている状態では定数である.この定数部分を除くとこの問題は,大きく S^+ の問題,F の問題, S^- の問題の3つに分解することができる.そしてさらにルートごとの問題に分解することが可能である.以下に分解された問題についての考察を示す.

$r \in S^+$ に関して

$$\min \quad c_r - \sum_{k \in K_r} \pi_k f_k \xi_r^k$$

subject to

$$\sum_{k \in K_{ij}^r} f_k \xi_r^k \leq M_r \quad \forall (i,j) \in A_r$$

$$\xi_r^k = 0 \qquad \forall k \notin K_r$$

$$\xi_r^k \in \{0,1\}$$

$r \in S^-$ に関しては,制約式から目的関数値が0になることがあきらかである. $r \in F$ については,(各 r について) y_r を一つ含むのみであるので $y_r = 1$ として求めた目的関数値と0とした場合との大小関係を調べ小さい方の値を採用することにより値を求められる.よって $r \in S^+$ が本質的な問題ということになるがこれは0-1Multipleナップサック問題であり[4]に見られるように非常によく研究されている問題である.

参考文献

[1] J.N.Hooker and N.R.Natraj : Solving a General Routing and Scheduling Problem by Chain Decomposition and Tabu Search, *Transportation Science*, Vol.29 (1995), No.1, pp. 30 – 44.

[2] 茨木俊秀, 福島雅夫 : FORTRAN 77 最適化プログラミング, 岩波書店, (1991).

[3] J.M.Leung, T.L.Magnanti and V.Signhal : Routing in Points-to-point Delivery Systems (Formulations and Solution Heuristics), *Transportation Science*, Vol.24 (1990), No.4, pp. 245 – 260.

[4] S.M.Magnanti and P.Toth : Knapsack Problems (Algorithms and Computer Implrmentations), *John Wiley & Sons*, (1990).

[5] 毛利裕昭, 久保幹雄, 森雅夫 : 幹線配送計画問題, *Department of Industrial Engineering and Management*, Technical Report (1995), No.95–14, Tokyo Institute of Technology.

[6] W.B.Powell : A Local Improvement Heuristic for the Design of Less-than-truckload Motor Carrier Networks, *Transportation Science*, Vol.20 (1986), No.4, pp. 246 – 255.