

# 一車線区間の交互交通のモデル化と解析

02102440 上智大学 \*近藤岳 KONDOU Takeshi  
(申請中) 上智大学 鷗澤周平 UZAWA Shuhei  
01201380 上智大学 鈴木誠道 SUZUKI Shigemichi

## 1 緒言

道路工事や違法駐車などによって部分的に1車線が通行不可能になっている道路における先着優先型の交互交通のモデル化を行ない、非対称なシステムでの各交通状態(後述)の開始時点のエポックとして待ち行列理論を用いて平均滞留車数の期待値などを近似解析およびシミュレーションにより求めることを目的とする。

## 2 モデル化

Fig.1に示すように、交互交通が工事区間:T (走行時間:T) を共有しているモデルを考える。[1] L方向もしくはR方向の車がT区間を走行中の時に、同方向の車がT区間に到着した時は、そのまま(待ち時間ゼロで)T区間に進入できる。反対方向の車が到着した時は、T区間内の交通が途切れるまで待機し、1台当り一定の遅れ(発進・追従遅れ: $\tau$ )で、T区間に進入する。両方向の車が途切れた時は、その後最初にT区間に到着した車が、T区間に進入する。各方向の車の到着は、ポアソン到着を仮定し、 $\lambda_L$ 、 $\lambda_R$ はそれぞれ、L方向、R方向の車の到着率である。すると、T区間の交通状態は、T区間をL(R)方向車が通行中であるL-BP(R-BP)、T区間が空であるVの3つの期間で表される。

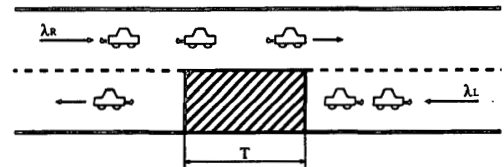


Fig. 1: Model

## 3 近似解析

エポックにおけるシステムの状態はマルコフ過程を成す。しかしこのシステムの定常状態確率をはじめ、システムのふるまいを表す特性値の厳密値を求めるのは、特殊な場合(例えば、 $\lambda = \lambda_L = \lambda_R$ [2])を除いて困難である。

そこで、エポックにおける滞留車数の期待値などを近似的に求めることを目指す。

いま、L-BP,R-BP,Vの終了時をエポックとする。定常状態におけるL-BP(R-BP)の開始時のL(R)方向車の滞留車数 $k_L(k_R)$ の期待値は、

$$E[k_L] = \sum_{i=0}^{\infty} i p_i / \sum_{i=0}^{\infty} p_i, \quad E[k_R] = \sum_{i=0}^{\infty} i q_i / \sum_{i=0}^{\infty} q_i \quad (1)$$

ただし、 $p_i, q_i$ は、それぞれ滞留車数*i*から始まるL-BP(R-BP)の定常状態確率である。

ここで、L-BPからVへと向かう状態推移確率 $p_{i0}$ に関する式で次のような近似を行う。

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} p_i p_{i0} &= \frac{\lambda_L + \lambda_R}{\lambda_R e^{(\lambda_L + \lambda_R)T} + \lambda_L} \sum_{i=0}^{\infty} p_i \sum_{n=0}^{\infty} S_n^{(i)} e^{-\lambda_R(i+n)\tau} \\ &= \frac{\lambda_L + \lambda_R}{\lambda_R e^{(\lambda_L + \lambda_R)T} + \lambda_L} \sum_{i=0}^{\infty} p_i \sum_{n=0}^{\infty} S_n^{(i)} \left[ 1 - \lambda_R(i+n)\tau + \frac{\lambda_R^2(i+n)^2 \tau^2}{2} \dots \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\approx \frac{\lambda_L + \lambda_R}{\lambda_R e^{(\lambda_L + \lambda_R)T} + \lambda_L} \left( \sum_{i=0}^{\infty} p_i - \frac{\lambda_R \tau}{1 - \lambda_L \tau} \sum_{i=0}^{\infty} i p_i \right) \quad (3)$$

ここで、 $S_n^{(i)}$  は、

$$S_n^{(i)} = \frac{[\lambda_L(i+n)\tau]^{n-1} \lambda_L i \tau}{n!} e^{-\lambda_L(i+n)\tau} \quad (4)$$

で、これは、滞留車数  $k_L = i$  台から始まった L-BP で追従遅れを伴う待ち行列が解消するまでに  $n$  台の L 方向車が到着する確率である。

(3) では、(2) の右辺の [ ] の中の第 2 項までをとって計算している (1 次近似)。

システムの平衡状態方程式を用いてこの近似を  $k$  次で行なって得られる  $\sum_{i=0}^{\infty} i^n p_i$  および  $\sum_{i=0}^{\infty} i^n q_i$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, k$ ) に関する連立 1 次方程式を求め、これを解くことにより、滞留車数の期待値を近似的に求めることができる。

#### 4 シミュレーション

非対称なシステムのふるまいを表す特性値の近似解析と比較すべき厳密値は求められていない。そこで、このモデルをシミュレートし、システム特性値のシミュレーション結果と近似値を比較する。

ウォームアップタイムを 100,000 単位時間とし、10,000,000 単位時間のシミュレーションを行なうこととする。一つのパラメータについて乱数系列を 10 個違うものでシミュレーションを行ない、その平均値および  $t$  分布による 95% 信頼区間を求め、シミュレーション値とする。

#### 5 解析結果

解析結果の一例として、発進・追従遅れ  $\tau = 1$  (単位時間)、一車線部分通過時間  $T = 10$  とし、L および R 方向の到着率の和を  $\lambda_L + \lambda_R = 0.45$  としたとき (比較的混雑した状態) の L 方向の平均滞留車数の 4 次までの近似解析およびシミュレーション解析の結果を Fig. 2、同様に  $\lambda_L + \lambda_R = 0.95$  としたとき (システムの極限状態) のものを Fig. 3 に図示する。

0 次、1 次近似はシミュレーションと比較して良好な結果を与えるが、2 次以上の近似は誤差大である。0 次近似は非常に良好な結果を与えている。誤差の理論的な評価は未着手である。

#### 参考文献

- [1] BETSY S. GREENBERG, ROBERT C. LEACHMAN, and RONALD W. WOLFF. Predicting dispatching delays on a low speed, single track railroad. *Trans. Sci.*, 22(1):31-38, February 1988.
- [2] 茶谷 一夫. 交互交通のモデル化と解析. Master's thesis, 上智大学大学院理工学研究科機械工学専攻, 1992.

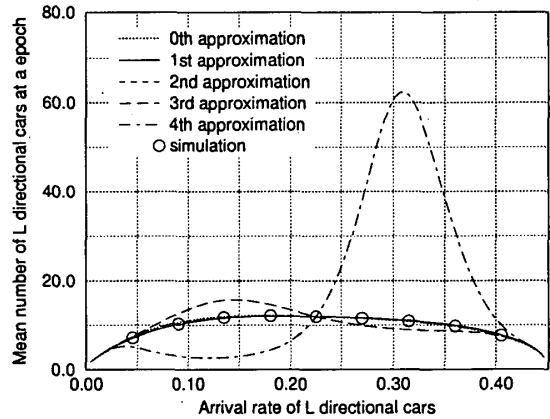


Fig. 2: Mean number of L directional cars

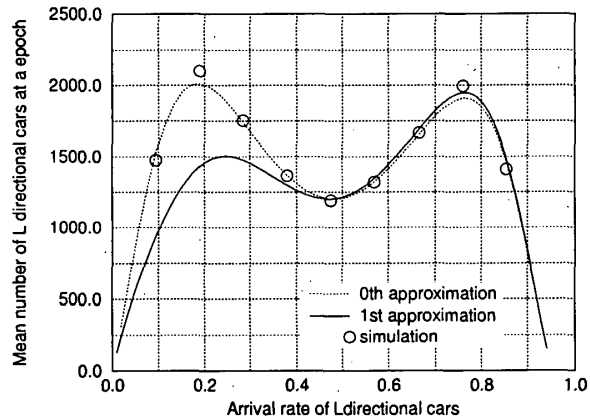


Fig. 3: Mean number of L directional cars