1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

非対称Shapley-Owen指数とその応用

02003662　東北大学大学院経済学研究科　小野理恵

はじめに

非対称Shapley-Owen指数は、投票者のイデオロギーの違いを導入してShapley-Shubik投票力指数を非対称一般化したものである。非対称性を考えることでかなり現実の状況が的確に分析されるように考えられているが、この非対称Shapley-Owen指数を用いた分析はまだまだ少数である。本報告では、従来の分析方法の違いを明らかにし、現実の分析、特に参議院における政党の投票力分析に応用する上で、それぞれがどの様な特徴があるかを考える。

非対称Shapley-Owen指数

非対称Shapley-Owen指数は、Shapley-Shubik投票力指数に「順列の起こり易さ」の重みをつけて非対称一般化した指数である。この起こり易さを定義するためにprofile空間を考える。この空間は投票者や議案の特性を表すために考えられた多次元実数空間で、各次元が、例えば左派か右派か、保守的か革新的か、等を数値で表したものに対応している。この空間上に投票者や議案が位置付けられると、それらがどれだけ類似しているかを表すことができる。

非対称Shapley-Owen指数は最初、Owen (1971) によって与えられた。Owenは投票者と議案をそれぞれ点として表し、議案との距離が近いほど投票者が賛成しやすいものとして、順列を形成した。議案が空間上でランダムに起こると仮定すれば、それによってどの順列がどれだけ形成され易いかを定義することができる。

一方、Owenの指数をより求め易いように修正したのがShapley (1977) である。Shapleyは議案を原点を通るベクトルで表した。このベクトルに各投票者の点から垂線を下ろし、その足と原点との(正負も考えた)距離を考える。この時、原点からの距離が大きいほど、投票者がその議案を強く支持すると考えれば、やはり順列を作ることができる。議案のベクトルがあらゆる方向にランダムに起こるとすれば、順列の起こり易さを定義することができる。次元が十分多く、また議案が全空間で一様に起こることを前提にすれば、Owenの方法もShapleyの方法も同じ指数を導く。

Owenの指数と数量化III類

従来までの非対称Shapley-Owen指数の現実の状況への応用の多くは、投票結果を因子分析することによってprofile空間を導いている。因子分析はその手法から、Shapleyのprofile空間の構成方法に従っている。しかし因子分析では、一般に議案は一様に分布しない。そのために、さらにその空間を線形変換したり、議案の起こる空間を制限したりする工夫がなされてきた。特にOno-Muto (1995) では、議案の偏りが非常に強いために、一様分布の仮定そのものを取り除き、実際に起こった議案の分布にのみ基づいて投票力指数を計算している。

Owenの方法は実数空間上の点の一様分布を考えなくてはならないために、これをそのまま分析に使うことは難しい。しかしOno-Muto (1995) と同様に観測された議案のデータのみの分布を考えるのであれば、それらと投票者の距離によって順列を構成することは可能である。ところで、Owenに基づいてprofile空間を構成するには、これまで用いられてきた因子分析では不適当である。本報告ではより適当な手法として、数量化III類を考える。

数量化III類を用いて、1989年から1992年の間の参議院における投票結果から各政党のprofile空間(2次元の場合)上での位置を構成すると右頁の図のようになる。議案は全部で133件あったが、同じ投票パターンのものが多いため、A～Hまでの8種類に分類されている。詳しいデータについてはOno-Muto (1995) を参照。各議案について、投票者が(ユークリッド距離の意味で)近い順に賛成するような順列を考えると、8種類の順列が形成され、その起こり易さがそれぞれ議案の起こり易さに対応

表 1: 投票力指数

			自民	社会	公明	共産	民社	連合
S-S 指数			.567	.117	.117	.067	.067	.067
非対称S-O指数	因子分析	次元						
		1	.000	.000	.932	.000	.068	.000
		2	.639	.000	.293	.000	.068	.000
		5	.511	.166	.202	.000	.049	.072
	数量化III	次元						
		1	.714	.241	.000	.045	.000	.000
		2	.759	.000	.241	.000	.000	.000
		5	.563	.170	.147	.005	.045	.071

する。これらから非対称 Shapley-Owen 指数を計算したものが表 1 である。分析方法の詳細については Ono (1996) を参照。

結論

従来までの非対称 Shapley-Owen 指数の応用には、主に因子分析が用いられてきた。さらに議案が空間上でランダムに起こるという条件を加えるために、様々な工夫がなされてきた。ところが本報告で分析したような、議案の偏りの強い状況を取り上げると、指数は非常に奇妙な数値になる (小野・武藤 (1994))。そこで Ono-Muto (1995) では、一様分布の仮定をなくし、観測された議案の分布に基づいた分析を行っている。本報告では、このような場合、さらに数量化 III 類を用いることにより、Owen の元々の考え方に沿った指数を求めることができることを示した。一様分布の仮定の下では高次元の分析は困難であるが、観測された議案の分布のみに基づく場合には、高次元でも容易に分析できる。しかも今回のケースでは、観測された議案の分布のみに基づく場合にも、高次元にすれば、因子分析による非対称 Shapley-Owen 指数と数量化 III 類による元々の Owen の指数がほぼ一致することが分かった。

参考文献

[1] Ono, R. (1996) *Analysis of Parties' Power in the House of Councilors with Nonsymmetric Shapley-Owen Index: Using the Quantification Method III*, 京都大学数理解析研究所講究録, to appear.

[2] 小野理恵・武藤滋夫 (1994)「参議院における政党の投票力分析—非対称 Shapley-Shubik 指数を用いて」1994 年度秋季研究発表会アブストラクト集, 日本オペレーションズ・リサーチ学会.

[3] Ono, R. and Muto, S. (1995) *Parties Power in the House of Councilors in Japan: An Application of the Nonsymmetric Shapley-Owen Index*, Discussion Paper, No. 417, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University.

[4] Owen, G. (1971). "Political Games", *Naval Research Logistics Quarterly*, **18**, 345–355.

[5] Shapley, L.S. (1977). *A Comparison of Power Indices and a Nonsymmetric Generalization*, P-5872, The Rand Corporation, Santa Monica, California.